



УНИВЕРЗИТЕТ ЦРНЕ ГОРЕ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ



Петар Недић

**ПРИМЈЕНА ВЈЕШТАЧКЕ
ИНТЕЛИГЕНЦИЈЕ У ПРЕДИКЦИЈИ
ПОТРОШЊЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ
ЕНЕРГИЈЕ**

– МАСТЕР РАД –

Подгорица, 8. јул 2025.

ПОДАЦИ И ИНФОРМАЦИЈЕ О СТУДЕНТУ

Име и презиме: **Петар Недић**

Датум и мјесто рођења: **20. септембар 2001. године**

Назив завршеног основног студијског програма и година завршетка студија:
Електроника, телекомуникације и рачунари, 2023. године

ИНФОРМАЦИЈЕ О МАСТЕР РАДУ

Назив мастер студија: **Постдипломске академске студије, одсјек
Електроника, телекомуникације и рачунари, смјер Рачунари**

Наслов рада: **Примјена вјештачке интелигенције у предикцији
потрошње електричне енергије**

Факултет на којем је рад одбрањен: **Електротехнички факултет
Подгорица**

УДК, ОЦЈЕНА И ОДБРАНА МАСТЕР РАДА

Датум пријаве мастер рада: **28. јануар 2025. године**

Датум сједнице Вијећа на којој је прихваћена тема: **14. март 2025. године**

Ментор: **Проф. др Игор Ђуровић**

Комисија за оцјену рада:

1. Проф. др Мартин Ђаласан
2. Проф. др Игор Ђуровић
3. Доц. др Милош Брајовић

Комисија за одбрану рада:

1. Проф. др Мартин Ђаласан
2. Проф. др Игор Ђуровић
3. Доц. др Милош Брајовић

Датум одбране: **27. октобар 2025. године**

Изјава о ауторству

Потписани: Петар Недић

Број индекса/уписа: 8/23

Изјављујем

да је мастер рад под називом

„Примјена вјештачке интелигенције у предикцији потрошње електричне енергије”

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложени мастер рад ни у цјелини ни у дјеловима није био предложен за добијање било које дипломе према студијским програмима других установа високог образовања,
- да су резултати коректно наведени, и
- да нијесам повриједио ауторска и друга права интелектуалне својине која припадају трећим лицима.

У Подгорици, 23. октобар 2025.

Потпис магистранда:



Предговор

Прецизно предвиђање временских серија представља кључни предуслов за унапређење управљања и доношења одлука у бројним областима. У контексту електроенергетских система, поуздано моделовање потрошње електричне енергије има вишеструке користи: омогућава ефикаснију алокацију и искоришћеност енергетских ресурса, повећава поузданост снабдијевања, подржава доношење информисаних одлука на тржишту електричне енергије, те олакшава дугорочно планирање и стратешко управљање у енергетском сектору. Значај ове области додатно потврђује и интензиван истраживачки интерес, како у академским тако и у индустријским круговима.

У оквиру овог истраживања, фокус је усмјерен на развој иновативне, хибридне методологије засноване на техникама дубоког учења, с циљем унапређења тачности предикција потрошње електричне енергије. Анализирани су савремени приступи који омогућавају моделовање комплексних временских зависности у подацима.

Предложени модел представља надограђену верзију N-BEATS (енгл. *neural basis expansion analysis for interpretable time series forecasting*) архитектуре, у коју су интегрисани конволуциони и слојеви за агрегацију по максимуму (енгл. *max-pooling*), са циљем побољшања способности екстракције релевантних образаца у подацима и унапређења прецизности прогноза. Поред тога, имплементирани су и допунске стратегије, као што су техника проширења (аугментације) доступног корпуса података и ансамбл методологија, које додатно доприносе робусности и бољој генерализацији модела.

Ефикасност предложеног рјешења је верификована кроз више експерименталних сценарија, уз директно поређење са двије савремене референтне архитектуре. Резултати до којих се дошло потврђују да предложени модел у потпуности оправдава постављена очекивања и указују на потенцијал за практичну примјену у реалним системима.

Сажетак

Прецизно предвиђање потрошње електричне енергије кључно је за поузданост електроенергетског система, нарочито у условима енергетске транзиције. У овом раду је предложена иновативна хибридна модел за предикцију потрошње који интегрише конволуционе неуралне мреже (енгл. *convolutional neural network* - CNN) и N-BEATS (енгл. *neural basis expansion analysis for interpretable time series forecasting*) архитектуру, користећи CNN за ефикасно издвајање карактеристичних образаца из података, и N-BEATS модел за високу тачност предикције. Модел је примјењен на електроенергетски систем Црне Горе и евалуиран је у односу на постојеће архитектуре у више сценарија. Техника проширења (аугментације) корпуса података на основу екстерних извора је омогућила значајно побољшање тачности прогноза. Предложени модел постиже средњу релативну грешку од 2.44% и R^2 вриједност од 97.93%, надмашујући најсавременија рјешења. Додатна побољшања у предиктивним перформансама могу се постићи примјеном ансамбл метода. Ови резултати указују на потенцијал хибридних архитектура у рјешавању сложеног изазова предвиђања потрошње у савременим електроенергетским системима.

Кључне ријечи: предвиђање временских серија, дубоке неуралне мреже, N-BEATS, хибридна архитектура

Abstract

Accurate electrical load forecasting is crucial for power system reliability, particularly amidst the energy transition. This paper proposes a novel hybrid forecasting model that integrates convolutional neural networks (CNNs) with N-BEATS, leveraging CNNs for efficient feature extraction and N-BEATS for high accuracy predictions. Applied to the Montenegrin electricity power system, the model is evaluated against existing architectures across multiple scenarios. Data augmentation techniques that incorporate external sources significantly enhance forecasting accuracy. The proposed model achieves a mean absolute percentage error (MAPE) of 2.44% and an R^2 score of 97.93%, outperforming current state-of-the-art approaches. Additional improvements in predictive performance can be attained through the application of ensemble techniques. These results underscore the potential of hybrid architectures in addressing complex forecasting challenges in modern power grids.

Keywords: time-series forecasting, deep neural networks, N-BEATS, hybrid architecture

Садржај

1	Увод и преглед досадашњих истраживања	1
2	Вјештачка интелигенција и дубоко учење	6
2.1	Активационе функције	10
2.1.1	Сигмоид	10
2.1.2	Хиперболични тангенс	11
2.1.3	ReLU	12
2.1.4	Leaky ReLU	12
2.1.5	Maxout	13
2.2	Пропагација уназад	13
2.3	Оптимизација	16
2.3.1	Процес учења	16
2.3.2	Регуларизација	18
2.4	Конволуционе неуралне мреже	20
3	Архитектура предиктора	25
3.1	Предложена архитектура и N-BEATS	25
3.2	Ансамбл метода	31
4	Црногорски ЕЕС и доступни подаци	34
4.1	Црногорски ЕЕС у новијој историји	35
4.2	Корпус података	38
4.3	Претпроцесирање	42
4.4	Аугментација доступних података	44

5	Резултати	47
5.1	Моделовање укупне потрошње за дан унапријед	47
5.2	Intra-day предикције укупне потрошње	52
5.3	Прогнозе по регијама	53
6	Закључак и даљи правци истраживања	56
	Захвалница	58
	Литература	59

1 Увод и преглед досадашњих истраживања

Прецизно предвиђање потрошње електричне енергије представља један од кључних предуслова у поузданом управљању електроенергетским системом [1] из разлога што омогућава ефикасну алокацију ресурса, балансирање између понуде и потражње, као и донешење информисаних одлука на тржишту електричне енергије. Међутим, у времену које одликују растући тржишни и регулаторни захтјеви, пенетрација обновљивих извора енергије и зелена енергетска транзиција, тачно предвиђање представља изазован задатак.

Предикција потрошње електричне енергије није нов концепт, већ се може посматрати као инстанца ширег проблема предвиђања временских серија. Временске серије представљају секвенце података забиљежене у узастопним временским тренуцима, које се анализирају ради идентификације трендова, сезоналности и других образаца. На темељу ових анализа развијају се модели способни за прогнозирање будућег понашања одговарајуће појаве. Предвиђање временских серија може се класификовати у три категорије на основу дужине хоризонта предикције: краткорочне, средњерочне и дугорочне прогнозе. Иако не постоје стриктне границе између ових категорија, уобичајена дефиниција подразумева да се краткорочне прогнозе односе на период до једне седмице, средњерочне обухватају временски оквир од седмице до годину дана, док дугорочне прогнозе покривају периоде дуже од једне године [2].

Напредне методе предвиђања временских серија могу значајно допринијети доношењу стратешких одлука и унапређењу пословања у различитим областима, укључујући и оне са високим степеном стохастичности, попут прогнозирања кретања на берзи [3], [4], [5]. У области електроенергетике, подаци какве су временске серије су важни за одређивање образаца у електроенергетским системима и предвиђање кључних варијабли, као што су потражња за електричном енергијом [6], производња електричне енергије [2], оптерећење система [7], [8], [9] и цијена електричне енергије [10], [11], [12].

Традиционални приступи, као што је ARMA (енгл. *autoregressive moving average*) модел [13] и његове варијације попут ARIMA (енгл. *autoregressive integrated moving average*), дуго су били основни алати у анализи временских серија. ARMA модел је заснован на претпоставци стационарности и користи се за идентификацију и моделовање линеарних образаца у подацима. Међутим, важно је напоменути да овај тип моделовања временских серија може бити изузетно осјетљив на одабир технике за естимацију параметара модела, као и ситуације када је у сигналу присутан шум [14]. Такође, проблеми се могу јавити и када говоримо о практичној апликацији алгоритма [14].

ARIMA модел представља проширење које омогућава рад са нестационарним сигнаlima који се одговарајућом трансформацијом своде на стационарни облик [13]. Овај модел се може користити и у хибридним системима заједно са дубоким неуралним мрежама (енгл. *deep neural network* - DNN) како би се побољшала тачност предвиђања појединачних приступа [15]. Додатно, поменути метод је погодно комбиновати и са техникама обраде података, попут вејвлет (енгл. *wavelet*) трансформације [16].

С друге стране, SVM (енгл. *support vector machine*) алгоритам, иако иницијално развијен за класификационе задатке, показао се ефикасним и у проблемима регресије. SVM модели користе кернел функције за мапирање података у вишедимензиони простор, омогућавајући моделовање нелинеарних карактеристика [17]. Такође, овај приступ је погодан за комбиновање са ARIMA моделом, при чему је ARIMA модел одговоран за линеарне, док SVM има задатак моделовања нелинеарних образаца у подацима [18].

Од свог увођења у другој половини 20. вијека, вјештачка интелигенција (енгл. *artificial intelligence* - AI) је донијела револуцију у многим областима, укључујући и предвиђање временских серија. DNN, као подобласт AI, показале су изузетне резултате захваљујући својој способности да препознају сложене и нелинеарне везе у подацима [19], [20]. Њихова примјена у предвиђању временских серија омогућава већу тачност и робусност, надмашујући ограничења традиционалних метода [1].

Постоји неколико DNN архитектура које су постале популарне у предвиђању понашања временских серија због своје способности да моделују зависности вишег реда [21]. Конволуционе неуралне мреже (енгл. *convolutional neural network* - CNN) су веома погодне за ову примјену јер могу ефикасно екстраховати обрасце помоћу *matched filtering* операције, омогућавајући детекцију кључних карактеристика у секвенци [21], [22], [23]. С друге стране, рекурентне неуралне мреже (енгл. *recurrent neural network* - RNN) су дизајниране за секвенцијалну обраду података, што их чини посебно погодним за временске серије. Међутим, класичне RNN пате од проблема ишчезавајућег и експлодирајућег градијента [24], [25]. Да би се ово превазишло, развијени су LSTM (енгл. *long short-term memory*) модели, који користе регулаторни механизам за контролу тока информација. Као резултат, LSTM модели постају широко коришћен приступ за предвиђање временских серија у електроенергетским системима [25], [26], [27] због своје способности да ефикасније моделују комплексне, дугорочне зависности у подацима у односу на класичне моделе, као што су *feedforward* NN [28].

Хибридне DNN архитектуре, најчешће CNN-LSTM комбинације, појавиле су

се као моћна рјешења која надмашују и традиционалне технике и једномоделне приступе [29]. Поред комбинације различитих архитектура, други тип хибридног приступа укључује интеграцију напредних техника обраде података, попут вејвлет трансформације [30]. Предложени приступ се заснива на декомпозицији сигнала у више нивоа. На сваком нивоу декомпозиције се, затим, врши обучавање изолованих LSTM модела како би се побољшала тачност предвиђања LSTM и CNN-LSTM архитектура [30]. Вејвлет трансформација сама по себи игра веома важну улогу у анализи временских серија, омогућавајући детаљнији увид у карактеристике сигнала на различитим нивоима декомпозиције [16], [30], [31].

Увођење механизма пажње (енгл. *attention mechanism*) [32] додатно је унаприједило област прогнозирања временских серија, омогућавајући моделима да се селективно фокусирају на релевантне дјелове секвенце, без обзира на њихов положај у времену. Овај механизам је интегрисан како би се кључним временским обрасцима у подацима додијелила већа важност, чиме модел боље препознаје краткорочне флукуације али и дугорочне сезонске промјене [23], [33], [34]. Међутим, један од главних изазова код оваквих архитектура је велика рачунска сложеност [34], што је инспирисало даљи развој оптимизованих варијанти које овај проблем ублажавају [35], [36].

Године 2020. представљен је N-BEATS (енгл. *neural basis expansion analysis for interpretable time series forecasting*) као иновативан приступ у прогнозирању временских серија [37]. Циљ је био креирати једноставну, интерпретабилну и генеричку, али истовремено дубоку и изражајну NN. Архитектура се заснива на блоковима који су међусобно повезани резидуалним везама. Сваки блок садржи стек потпуно повезаних (енгл. *fully-connected* – FC) слојева. Пријављени резултати показују да је овај приступ премашио перформансе постојећих рјешења на више различитих корпуса података [37]. Као проширење N-BEATS архитектуре, уведен је N-HiTS (енгл. *neural hierarchical interpolation for time-series forecasting*) модел, са посебним фокусом на дугорочном прогнозирању [38]. Кључна иновација овог приступа је такозвана вишефреквенцијска (енгл. *multi-rate*) децимација, остварена коришћењем слојева за агрегацију по максимуму, чиме је значајно смањена рачунска сложеност, а истовремено задржана способност модела да препозна дугорочне зависности. Ова методологија показала је изузетне перформансе на више корпуса података, укључујући и скуп података о потрошњи електричне енергије [38]. Скорије, CNN-N-BEATS архитектура уводи конволуционе слојеве испред N-BEATS архитектуре, показујући да екстракција информација кроз конволуционе слојеве може додатно унаприједити тачност предвиђања [39]. Један од проблема, на који је такође указано у [39], а који се може јавити у предвиђању временских серија, јесте промјена у

обрасцима понашања (промјена дистрибуције података) током времена.

Упркос широком спектру могућих приступа, већина постојећих рјешења па-ти или од високе рачунске сложености, имају лошу генерализацију на различитим корпусима података, или немају могућност ефикасне интеграције екстерних параметара који могу значајно утицати на потрошњу електричне енергије. Модел засновани на LSTM архитектури, иако ефикасни у моделовању временских зависности, често имају дуго вријеме обучавања. Са друге стране, N-BEATS се показао као робусна и ефикасна архитектура за предвиђање временских серија, која често надмашује традиционалне NN попут LSTM-а захваљујући својој једноставности и способности да истовремено обради и краткорочне флукутације и дугорочне трендове. Трансформер модели су одлични у моделовању комплексних зависности, али њихова рачунска сложеност често није оправдана пропорционалним унапређењем перформанси. Осим тога, овим методама је обично потребна велика количина података како би се избјегло претјерано прилагођавање (енгл. *overfitting*) модела подацима за обуку, што може представљати проблем код мањих и зашумљених корпуса података, какав је коришћен у овој студији. Из тих разлога, одлучили смо се за хибридни приступ заснован на N-BEATS моделу, који представља баланс између временске сложености, робусности и способности да укључи релевантне екстерне факторе у циљу прецизнијих краткорочних прогноза потрошење електричне енергије. Истраживање презентовано у овом раду представља наставак једногодишњег научног рада, чији су резултати већ рецензирани и дјелимично објављени у оквиру [40].

У овој студији фокус је на краткорочним прогнозама потрошње електричне енергије, које су од кључног значаја за оперативно управљање електроенергетским системом. Прецизне краткорочне предикције омогућавају оптимизацију процеса производње и дистрибуције, смањење губитака и ефикасније коришћење расположивих ресурса [6], [29]. Такође, оне играју значајну улогу у интеграцији обновљивих извора енергије у мрежу, доприносећи стабилности система и олакшавајући балансирање оптерећења у реалном времену [2]. Приступ предложен у овом раду користи хибридну DNN која интегрише CNN слојеве у N-BEATS архитектуру како би се искористиле предности обје технике: ефикасно извлачење образаца из података коришћењем CNN слојева и висока прецизност предвиђања коју обезбјеђује N-BEATS. Развијени модел може послужити као основа за унапређење управљања електроенергетским системом, те као подршка развоју паметних мрежа и доношењу стратешких одлука на тржишту електричне енергије. За разлику од CNN-N-BEATS приступа [39], који користи конволуционе слојеве за претпроцесирање улазних података, приступ који ће бити обрађен у овом раду мијења стек FC слојева у основном блоку N-BEATS

алгоритма са стеком коволуционих слојева, при чему је сваки коволуциони слој праћен слојем за агрегацију по максимуму. Овакав приступ има за циљ да унаприједи и тачност предикције али и робусност модела. Предложена архитектура је упоређена са двије тестне (енгл. *benchmark*) архитектуре: N-BEATS који је препознат као *state-of-the-art* приступ у предвиђању временских серија и његова модификација CNN-N-BEATS, која интегрише коволуционе слојеве за додатно унапређење перформанси. Поред наведеног, истражује се и ансамбл приступ, који комбинује предикције три имплементирана DNN модела коришћењем LMS (енгл. *least mean squares*) алгоритма, за даље унапређење предиктивних перформанси.

Алгоритам је примијењен за предвиђање потрошње у црногорском електроенергетском систему који карактерише низ специфичности: мали систем који обухвата различите географске и климатске регионалне профиле са различитим нивоима социо-економског развоја; значајан утицај туризма на потрошњу електричне енергије; недавна пандемија ковид-19 вируса, која је пореметила типичне обрасце потрошње током љета 2020. године; транзиција ка обновљивим изворима енергије, при чему систем још увијек у великој мјери зависи од производње термоелектране „Пљевља“; као и ограничења у доступности података. Наведени услови наглашавају инхерентну сложеност тачног предвиђања потрошње електричне енергије, чак и у релативно малом систему као што је црногорски. Ради превазилажења ових изазова, примијењени су неки од најновијих приступа из области AI.

Наставак рада је структуриран на сљедећи начин. У Поглављу 2 представљени су основни концепти AI, као и фундаментални принципи рада NN који су неопходни за разумијевање функционисања предложеног система. Поглавље 3 описује приступ рјешавању проблема, укључујући детаљан опис предложеног N-BEATS-CNN модела. Поглавље 4 даје сажет приказ електроенергетског система Црне Горе, са нагласком на кључне карактеристике као што су извори енергије, географске и климатске специфичности. Додатно, у овом поглављу описани су и подаци коришћени у истраживању, заједно са процесом њихове припреме за обуку DNN модела. Резултати симулација и анализа перформанси модела у различитим сценаријима представљени су у Поглављу 5. Поглавље 6 садржи закључке до којих се дошло током истраживања, са нагласком на допринос научној заједници и могућности примјене предложеног приступа у савременим електроенергетским системима. Такође, предложене су и смјернице за будући рад, које укључују проширење модела на дугорочне прогнозе и интеграцију додатних извора података.

2 Вјештачка интелигенција и дубоко учење

AI представља област која се убрзано развија и која пружа могућности креирања система способних за обављање задатака који захтијевају људску интелигенцију. Ови задаци укључују доношење одлука, препознавање образаца, обраду природног језика и слично. Основни циљ AI је развој програма који омогућавају рачунарима да ефикасно извршавају наведене задатке, а у одређеним доменима чак и надмаше људске способности. Међутим, постоје области у којима AI не може у потпуности замијенити људску интелигенцију, јер зависи од структурираних података и унапријед дефинисаних алгоритама.

Еволуција AI се најчешће дијели на три главне фазе: уско специјализована AI (енгл. *artificial narrow intelligence*), општа AI (енгл. *artificial general intelligence*) и вјештачка супер интелигенција (енгл. *artificial super intelligence*). Тренутно, AI системи постоје у оквиру уско специјализоване AI, што значи да су дизајнирани за специфичне задатке попут алгоритама препоруке, препознавања лица, писања програма и превођења језика. Ови системи захтијевају велике скупове података и дуготрајну обуку, и немају способност резонувања или прилагођавања изван своје специјализоване сврхе. Сљедећа фаза, општа AI, подразумева AI системе са способностима сличним људској интелигенцији, укључујући резонување, рјешавање проблема и прилагођавање новим задацима без потребе за поновном обуком. Досезање опште AI захтијева значајан напредак у алгоритмима самоучења, механизмима резонувања и техникама генерализације. Коначна фаза, вјештачка супер интелигенција, означава AI која надмашује људску интелигенцију у свим областима, и односи се на системе способне за иновације, самостално побољшавање и аутономно одлучивање. Иако је уско специјализована AI већ увелико присутна, општа AI остаје дугорочни циљ, док је вјештачка супер интелигенција и даље хипотетички концепт, који захтијева рјешавање техничких и етичких изазова.

Машинско учење представља подобласт AI у којем рачунари анализирају податке и препознају обрасце како би доносили одлуке или предикције без експлицитног програмирања. Традиционалне методе машинског учења се ослањају на инжењерску екстракцију карактеристика, гдје експерти ручно бирају релевантне улазне атрибуте за моделе. С друге стране, дубоко учење, као специјализовани подскуп машинског учења, користи вјештачке NN (енгл. *artificial neural network*) које аутоматски издвајају карактеристике из сирових података кроз хијерархијске слојеве. Овакав приступ омогућава дубоком учењу да обради комплексне и неструктуриране податке попут слика, текста и говора с изузетном прецизношћу. За разлику од класичног машинског, модели дубоког учења по-

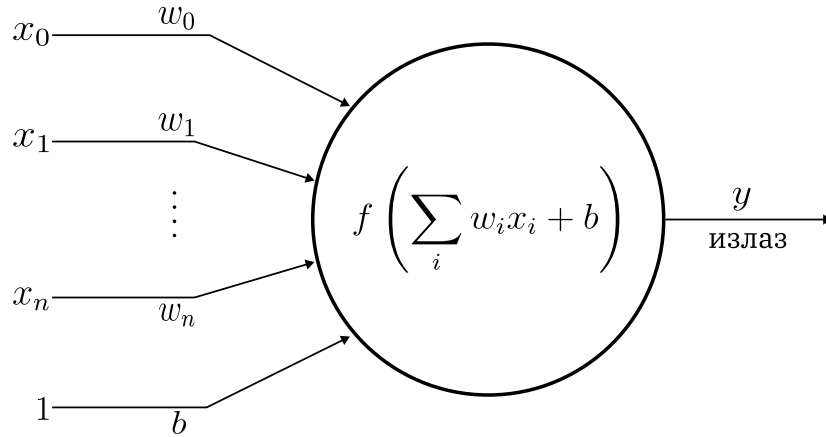


Слика 1: Подјела вјештачке интелигенције.

бољшавају своје перформансе пропорционално величини скупа података, што их чини идеалним за примјене попут компјутерске визије, препознавања говора и аутономних система.

Термин неурална мрежа први су увели Warren McCulloch и Walter Pitts 1940-их година, када су предложили математички модел вјештачких неурона [41]. Рад McCullocha и Pittsa је поставио темеље за развој AI, пролазећи кроз велики број итерација побољшања. Почетни модели су били усмјерени на уско специјализоване задатке, док је каснији развој хардверских ресурса, алгоритама оптимизације и доступност података омогућио креирање флексибилнијих архитектура способних за рјешавање значајно сложенијих проблема. Данас дубоко учење наставља да помјера границе могућег, доносећи иновације у различите индустрије. Ипак, важно је нагласити да иако AI системи могу надмашити људске способности у појединим задацима, недостају им креативност, искуство и експертиза, који су есенцијални за рјешавање двосмислених проблема и адаптацију на непредвиђене ситуације. Људи су способни за критичко мишљење, интуицију и сналажење у неизвјесним околностима, док су AI модели ограничени на обрасце из својих података за обуку и не могу генерализовати знање на исти начин као људи.

Математички модел неурона је приказан на слици 2. Улазни подаци у неурон означени су са x_i , док су одговарајући тежински коефицијенти представљени са w_i . Параметар b познат је као одступање (енгл. *bias, offset*). Излаз из неурона



Слика 2: Математички модел неурона.

илустрованог на слици 2 се може записати као:

$$y = f \left(\sum_i w_i x_i + b \right). \quad (1)$$

Релација (1) се често записује и у векторској форми:

$$y = f(\mathbf{W}\mathbf{X} + b), \quad (2)$$

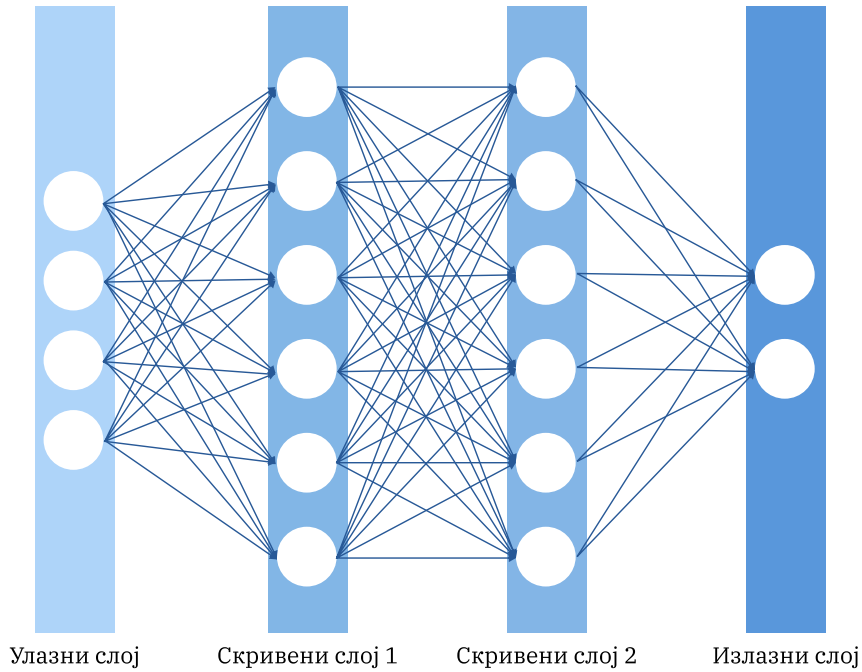
гдје је \mathbf{W} вектор врста, а \mathbf{X} вектор колона.

NN се састоје од великог броја међусобно повезаних неурона, организованих у слојеве који заједно граде моћне моделе способне за обраду и моделовање сложених зависности у подацима. Основна архитектура NN базира се на хијерархијској структури у којој сваки слој неурона обрађује информације и просљеђује их неуронима у наредном слоју. Основни примјер представљају FC мреже, код којих су неурони једног слоја повезани са свим неуронима наредног слоја. У општем случају, стандардне NN организоване су у три основне цјелине: улазни слој, скривени слојеви и излазни слој. Улазни слој прима податке и просљеђује их даље кроз мрежу. Скривени слојеви, врше трансформацију података кроз серију нелинеарних операција. Коначно, излазни слој генерише коначну предикцију, било да се ради о класификацији, регресији или некој другој врсти задатка. Примјер потпуно повезане NN са два скривена слоја је дат на слици 3.

За мрежу са више слојева, релација (2) постаје:

$$\mathbf{X}_{i+1} = f(\mathbf{W}_i \mathbf{X}_i + \mathbf{b}_i). \quad (3)$$

У релацији (3), вектор колона \mathbf{X}_i представља излаз из претходног слоја и служи као улаз у текући слој, \mathbf{W}_i је матрица тежинских коефицијената за слој i ,



Слика 3: FC мрежа са два скривена слоја. Број неурона у слојевима је одабран произвољно.

димензија $m \times n$, гдје се m односи на број неурона у слоју, док n представља број улазних карактеристика, и може се записати као:

$$\mathbf{W}_i = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & \dots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{m1} & w_{m2} & w_{m3} & \dots & w_{mn} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

а \mathbf{b}_i је вектор одступања за слој i . Веома битан елемент је активациона (нелинеарна) функција (у релацијама (1) - (3) означена са f). Она омогућава мрежи да моделује сложене зависности у подацима уносећи неопходну нелинеарност у систем. Без ње, мрежа неурона би се понашала као једна велика линеарна функција, будући да је композиција линеарних функција такође линеарна функција. Даље је јасно како је могуће генерализовати претходне изразе и за дубље архитектуре у којима додавање више слојева омогућава моделу да учи све апстрактније репрезентације података.

NN су универзални апроксиматори, што значи да могу моделовати било коју континуалну функцију са произвољном тачношћу, под условом да имају довољно неурона и одговарајућу архитектуру [20], [42]. Међутим, само постојање ових капацитета није довољно, већ су мрежама потребни ефикасни алгоритми за тренирање како би заиста научиле корисне репрезентације података. Процес

учења NN одвија се кроз метод познат као пропација уназад у комбинацији са алгоритмом оптимизације, најчешће градијентним спустом. Овим приступом, грешка модела се пропагира уназад кроз мрежу, а параметри (тежински коефицијенти NN) се итеративно прилагођавају како би се минимизовала функција цијене. Више ријечи о активационим функцијама, пропацији уназад и оптимизационим алгоритмима биће у Поглављима 2.1, 2.2 и 2.3, респективно.

2.1 Активационе функције

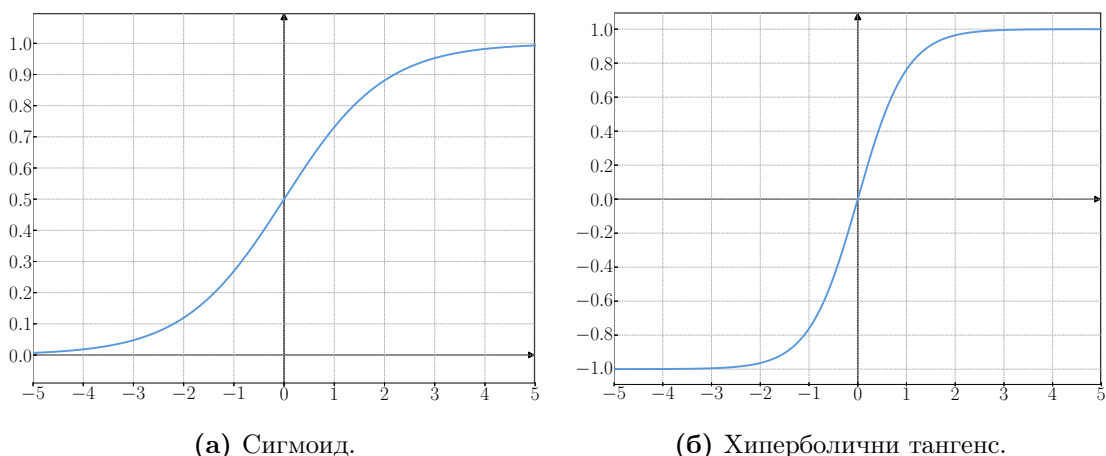
Активационе (нелинеарне) функције трансформишу излазе неурона (погледати слику 2), чиме омогућавају мрежи да учи сложене, нелинеарне репрезентације и апстрахује обрасце у подацима. Без њих, NN би биле еквивалентне обичним линеарним моделима, што би значајно ограничило њихову изражајну моћ. Осим тога, активационе функције утичу и на стабилност и брзину конвергенције алгоритама оптимизације. Лош избор активационе функције може довести до проблема попут сатурације градијената, мртвих неурона или проблема ишчезавајућег или експлодирајућег градијената, што даље отежава обучавање мреже. Да би се нека нелинеарна функција користила као активациона функција у NN, морају бити задовољена следећа својства: непрекидност, диференцијабилност и монотоност. Постоји велики број функција које испуњавају претходно поменуте услове, а избор међу овим функцијама није једноставан и представља један веома важан корак приликом дизајнирања NN. Активациона функција за излазни слој мреже мора бити одабрана у складу са вриједностима које мрежа треба да продукује. У осталим слојевима овај задатак је још компликованији јер избор активационе функције може значајно да утиче на способност тих слојева да уче, како је и напоменуто раније.

2.1.1 Сигмоид

Сигмоид је једна од првих функција која је искоришћена као активациона [41]. Ова функција пресликава улаз у излаз у опсегу $(0, 1)$, што се може видјети и на графику приказаном на слици 4а. Сигмоид активациона функција је дефинисана на интервалу $(-\infty, +\infty)$ и диференцијабилна је у свакој тачки, а њен математички облик је:

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}. \quad (5)$$

Међутим, њена употреба је све рјеђа због два недостатка. Први је сатурација и ишчезавање градијента. Прецизније, када се вриједност функције приближи



Слика 4: Поређење активационих функција сигмоид и хиперболични тангенс.

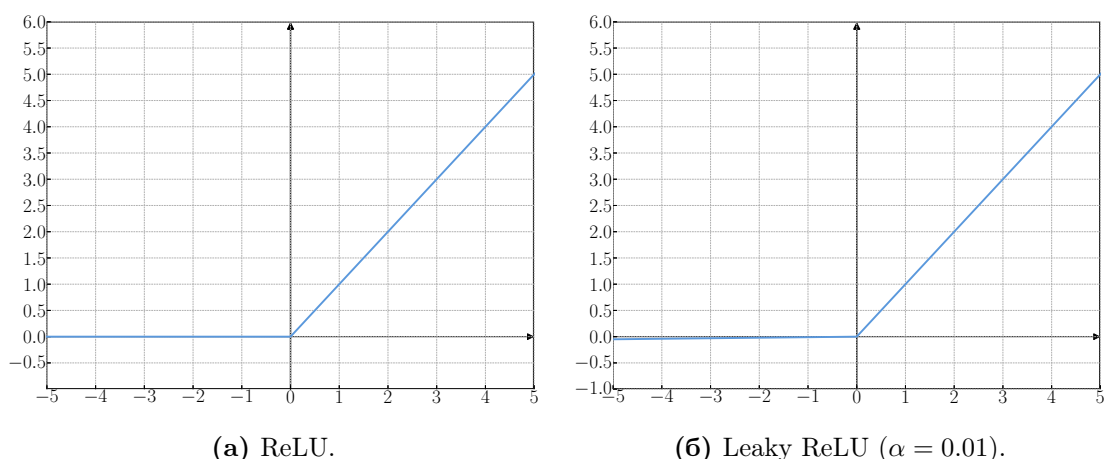
крајевима опсега (0 или 1), градијент постаје изузетно мали, што може изазвати проблем ишчезавања градијента током пропације уназад (више у Поглављу 2.2) [43]. Додатно, при иницијализацији тежина потребно је пазити да се избјегне сатурација, јер велике почетне тежине могу узроковати да већина неурона постане неактивна. Други проблем је што излаз сигмоид функције није центриран око нуле, што може негативно утицати на динамику оптимизације. Ако су улазни подаци увијек позитивни, градијенти тежина током пропације уназад могу имати само позитивне или само негативне вриједности, што може узроковати осцилације приликом ажурирања.

2.1.2 Хиперболични тангенс

Хиперболични тангенс рјешава други проблем сигмоид активације. За разлику од сигмоид функције, чији је кодомен (0, 1), \tanh је центриран око нуле и ограничен на интервалу $(-1, 1)$. Ово својство омогућава бржу конвергенцију у процесу обучавања мреже [44]. Математички, ову активациону функцију можемо записати као:

$$\tanh(x) = 2\sigma(2x) - 1 = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}, \quad (6)$$

гдје се $\sigma(x)$ односи на сигмоид активациону функцију из релације (5). Графички приказ функције је дат на слици 4б.



Слика 5: Поређење активационих функција ReLU и Leaky ReLU.

2.1.3 ReLU

ReLU (енгл. *rectified linear unit*) [45] је једна од најпопуларнијих активационих функција која се често користи у модерним DNN због своје једноставности и ефикасности. Функција ReLU пресликава улазни сигнал у излаз на следећи начин:

$$\text{ReLU}(x) = \max(0, x). \quad (7)$$

ReLU функција је линеарна за све позитивне вриједности улаза и једнака нули за све негативне вриједности улаза. Главни разлог за њену популарност је могућност брзог израчунавања и бржи процес оптимизације, нарочито у дубоким мрежама. Међутим, када је излаз из појединих неурона негативан, процес оптимизације неће моћи да прилагоди тежине тих неурона јер нема градијента за ажурирање. Овај феномен, познат као *dying neurons* или умирање неурона, може настати ако дође до неправилне иницијализације тежина која узрокује да већина неурона остане у негативном опсегу. Такође, наведено може утицати и на брзину конвергенције ка минимуму функције цијене. Илустрација ReLU активационе функције дата је на слици 5а.

2.1.4 Leaky ReLU

Leaky ReLU је варијанта традиционалне ReLU функције која рјешава проблем умирања неурона. Другим ријечима речено, дио криве стандардне ReLU функције који се односи на негативни дио апсцисе сада није константан већ расте са брзином α , гдје је α константа, типичне вријености 10^{-2} . Такође, α не мора имати фиксну вриједност, већ се може посматрати и као параметар чија

се вриједност ажурира током обучавања NN [46]. Дакле, математички, Leaky ReLU функција је дефинисана као:

$$\text{Leaky ReLU}(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ \alpha x, & x < 0 \end{cases} \quad (8)$$

Ова модификација омогућава проток градијента и за негативне вриједности улаза. Међутим, иако представља робусније рјешење, перформансе ове активационе функције су упоредиве са стандардном ReLU функцијом [47]. Графички приказ Leaky ReLU функције дат је на слици 5б.

2.1.5 Maxout

Maxout је активациона функција која представља генерализацију традиционалних активационих функција попут ReLU, сигмоид и tanh. Умјесто да користи једну фиксну функцију за пресликавање улаза, *maxout* функција бира максималну вриједност из низа линеарних функција [48]. За дати улаз у слој, \mathbf{X} , *maxout* активација се дефинише као:

$$\mathbf{X}_{i+1} = \max_{j \in [1, k]} (\mathbf{W}_{ij} \mathbf{X}_i + \mathbf{b}_{ij}). \quad (9)$$

Ова функција омогућава већу флексибилност јер се понаша као различите активационе функције у зависности од броја коришћених линеарних функција. На тај начин, *maxout* функција може ефикасно моделовати сложене и нелинеарне односе у подацима, чиме побољшава учење NN [48]. Међутим, јасно је да се већ за $k = 2$ број параметара модела удвостручава.

2.2 Пропагација уназад

Алгоритам пропагације уназад (енгл. *backpropagation algorithm*) представља кључни алгоритам за ефикасно рачунање градијента функције цијене, ослањајући се на рекурзивну примјену правила уланчавања (енгл. *chain rule*) [49], [50]. Другим ријечима речено, овај процес омогућава прецизно одређивање смјера промјене параметара модела с циљем минимизације функције цијене. Алгоритам се састоји од два основна корака:

1. Пропагација унапријед (енгл. *forward pass*): Улазни подаци се пропагирају кроз мрежу како би се генерисао излаз.

2. Пропагација уназад (енгл. *backward pass*): Рачуна се градијент функције цијене у односу на параметре модела.

Током пропагације унапријед, свака компонента мреже израчунава свој излаз, као и локални градијент примијењене операције у односу на своје улазе. Након пропагације унапријед, елементи мреже примјењују правило уланчавања [49] како би се градијенти пропагирали уназад, одређујући допринос сваког параметра у укупној грешци модела [50].

Ради илустрације, размотримо неурон са два улаза и сигмоид активацијом. Његов излаз дефинисан је функцијом:

$$f(\mathbf{W}, \mathbf{X}, b) = \frac{1}{1 + e^{-(w_0x_0 + w_1x_1 + b)}}, \quad (10)$$

гдје су $\mathbf{W} = [w_0, w_1]$ и $\mathbf{X} = [x_0, x_1]$. Ова функција се може раставити на сљедеће компоненте:

$$z_1 = w_0x_0 + w_1x_1 + b, \quad z_2 = e^{-z_1}, \quad z_3 = 1 + z_2, \quad f = \frac{1}{z_3}. \quad (11)$$

За рачунање градијента функције f , описане релацијом (10), у односу на тежинске коефицијенте неурона, користимо правило уланчавања. Другим рјечима речено, уколико прво одредимо парцијалне изводе:

$$\frac{\partial f}{\partial z_3} = -\frac{1}{z_3^2}, \quad \frac{\partial z_3}{\partial z_2} = 1, \quad \frac{\partial z_2}{\partial z_1} = -e^{-z_1}, \quad \frac{\partial z_1}{\partial x_0} = w_0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial z_1}{\partial x_1} = w_1, \quad \frac{\partial z_1}{\partial w_0} = x_0, \quad \frac{\partial z_1}{\partial w_1} = x_1, \quad \frac{\partial z_1}{\partial b} = 1, \quad (13)$$

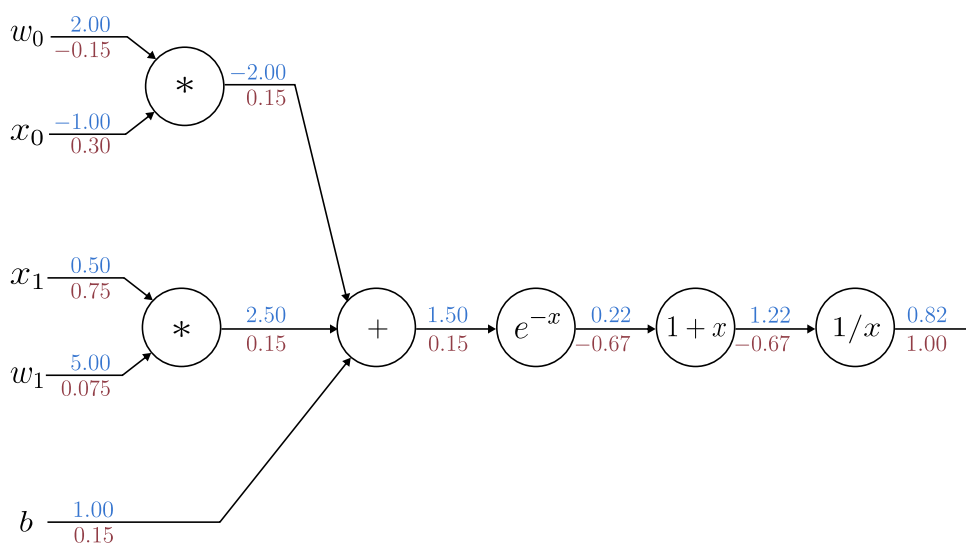
могуће их је даље комбиновати, како би се одредила осјетљивост излаза на сваки од појединих улаза посматраног неурона:

$$\frac{\partial f}{\partial x_0} = \frac{\partial f}{\partial z_3} \frac{\partial z_3}{\partial z_2} \frac{\partial z_2}{\partial z_1} \frac{\partial z_1}{\partial x_0}, \quad \frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\partial f}{\partial z_3} \frac{\partial z_3}{\partial z_2} \frac{\partial z_2}{\partial z_1} \frac{\partial z_1}{\partial x_1}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial f}{\partial w_0} = \frac{\partial f}{\partial z_3} \frac{\partial z_3}{\partial z_2} \frac{\partial z_2}{\partial z_1} \frac{\partial z_1}{\partial w_0}, \quad \frac{\partial f}{\partial w_1} = \frac{\partial f}{\partial z_3} \frac{\partial z_3}{\partial z_2} \frac{\partial z_2}{\partial z_1} \frac{\partial z_1}{\partial w_1}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial f}{\partial b} = \frac{\partial f}{\partial z_3} \frac{\partial z_3}{\partial z_2} \frac{\partial z_2}{\partial z_1} \frac{\partial z_1}{\partial b}. \quad (16)$$

Илустрација овог поступка за конкретан нумерички примјер приказана је на слици 6. Локални градијенти (чиниоци горњих израза) се, заједно са излазима из појединих ћелија (слика 6), израчунавају током пропагације унапријед, након чега се исти користе у пропагацији уназад ради израчунавања извода из релација (14), (15) и (16).



Слика 6: Визуализација пропације уназад за неурон са сигмоид активацијом. Плава боја се односи на пропацију унапријед а црвена боја на вриједности градијената.

Наведени примјер је чисто описног карактера и коришћен је као интуитивно објашњење алгоритма. Међутим, јасно је како се наведени поступак може генерализовати и ефикасно користити за рачунање градијената кроз мрежу, без обзира на број скривених слојева. Додатно, треба напоменути и да се за сигмоид функцију извод поједностављује и има облик:

$$\frac{d\sigma(x)}{dx} = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2} = \frac{1 + e^{-x} - 1}{(1 + e^{-x})^2} = (1 - \sigma(x))\sigma(x). \quad (17)$$

Најчешће коришћене операције у NN су сабирање, множење и функција $\max(0, x)$. За ове операције важи следеће:

- Операција сабирања једноставно распоређује градијент са излаза на све улазе, јер локални градијент (градијент у односу на операнде) за операцију сабирања увијек има вриједност 1.
- Операција $\max(x_1, x_2, \dots, x_n)$ преноси градијент само на онај улаз који је током пропације унапријед имао највећу вриједност. Дакле, локални градијент за улаз са највећом вриједношћу је 1, док ће за остале улазе локални градијент имати вриједност 0. За случај често коришћене операције $\max(0, x)$ (ReLU [45]) градијент се преноси само за случај позитивног улаза.

- Операција множења као локалне градијенте користи вриједности улаза, само замијењене. Прецизније, уколико имамо производ бројева x_1 и x_2 , локални градијент у односу на улаз x_1 је x_2 и обратно.

Алгоритам пропагације уназад омогућава ефикасно рачунање градијената функције цијене, који представљају основу за ажурирање параметара модела. Начини коришћења градијената за оптимизацију параметара биће размотрени у Поглављу 2.3.

2.3 Оптимизација

У процесу тренирања NN, циљ је минимизовати функцију цијене $L(\theta)$, која мјери разлику између предикција модела и стварних вриједности. Оптимизација подразумијева итеративно прилагођавање параметара модела θ , тако да се вриједност функције цијене смањује. Најчешћи приступ је метода градијентног спуста, код које се параметри ажурирају у супротном смјеру од смјера градијента (будући да градијент дефинише смјер најбржег раста) функције цијене:

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \eta \nabla_{\theta} L(\theta), \quad (18)$$

гдје је η корак учења, а $\nabla_{\theta} L(\theta)$ градијент функције цијене у односу на параметре модела.

2.3.1 Процес учења

Основни алгоритам за минимизацију функције цијене је стохастички градијентни спуст (енгл. *stochastic gradient descent* - SGD). Код овог приступа, умјесто рачунања градијента на цјелокупном корпусу података намијењеном за обуку модела, градијент се израчунава на мањем скупу насумично одабраних узорака (енгл. *mini-batch*), чиме се значајно смањује рачунска сложеност.

Веома важан параметар у процесу оптимизације је корак учења (у релацији (18) означен са η), који одређује брзину конвергенције алгоритма. Уколико је превелик, модел може постати нестабилан и онемогућити проналазак оптималног рјешења. Другим ријечима речено, кинетичка енергија система је велика и вриједности параметара модела хаотично осцилују. Са друге стране, сувише мали корак учења може довести до изразито спорог учења. Правилно подешавање овог параметра кључно је за ефикасну оптимизацију, због чега се користе адаптивни алгоритми попут Adagrad-а (енгл. *adaptive gradient algorithm*) [51], RMSprop-а (енгл. *root mean square propagation*) [52] и Adam-а (енгл. *adaptive*

moment estimation) [53], који динамички прилагођавају корак учења у зависности од карактеристика градијената. Ови оптимизациони алгоритми који имплементирају концепте из динамике система, укључујући принцип момента, имају за циљ убрзање конвергенције и смањење ризика од заглављивања у локалним минимумима.

Алгоритам Adagrad аутоматски прилагођава корак учења сваком параметру модела појединачно, на основу претходно акумулираних градијената:

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \frac{\eta}{\sqrt{S_t + \epsilon}} \nabla_{\theta} L(\theta), \quad (19)$$

гдје је S_t сума квадрата претходних градијената [51], а ϵ скалар, типично у опсегу од 10^{-4} до 10^{-8} , који обезбјеђује нумеричку стабилност алгоритма. Један од проблема који се везује за овај адаптивни алгоритам, нарочито за случај DNN, јесте то што акумулација квадрата градијената доводи до континуираног смањивања ефективног корака учења, што може резултовати преурађеном стагнацијом учења и отежаном конвергенцијом.

Као модификација Adagrad-а, RMSprop користи пондерисани просјек квадрата градијената умјесто њиховог простог збира, чиме се ублажава проблем наглог смањења корака учења. Другим ријечима речено, ажурирање параметара се врши на начин описан релацијом (19), са том разликом да се S_t сада рачуна према сљедећој рекурзивној формули:

$$S_t = \lambda S_{t-1} + (1 - \lambda)(\nabla_{\theta} L(\theta))^2, \quad (20)$$

при чему је λ фактор заборављања (типично у опсегу 0.9–0.99), који контролише утицај прошлих вриједности градијента. RMSprop је често погодан за NN, посебно у случајевима када функција цијене има комплексан облик.

Алгоритам Adam комбинује моменте првог и другог реда градијената како би адаптивно прилагодио величину корака оптимизације [53]. Параметри се ажурирају према формулама:

$$m_t = \lambda_1 m_{t-1} + (1 - \lambda_1) \nabla_{\theta} L(\theta), \quad (21)$$

$$v_t = \lambda_2 v_{t-1} + (1 - \lambda_2) (\nabla_{\theta} L(\theta))^2, \quad (22)$$

$$\hat{m}_t = \frac{m_t}{1 - \lambda_1^t}, \quad (23)$$

$$\hat{v}_t = \frac{v_t}{1 - \lambda_2^t}, \quad (24)$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \eta \frac{\hat{m}_t}{\sqrt{\hat{v}_t + \epsilon}}, \quad (25)$$

гдје су m_t и v_t пондерисани просједи градијента и његовог квадрата, а λ_1 и λ_2 хиперпараметри који одређују њихову тежину. Вриједности предложене у оригиналном раду су $\lambda_1 = 0.9$ и $\lambda_2 = 0.999$ [53]. Скалирање m_t и v_t (релације (23) и (24)) се врши како би се исправило одступање које настаје у раним фазама тренирања, када су процјене првог и другог момента (у основи, градијента и квадрата градијента) још увијек врло мале. Као и раније, параметар ϵ обезбјеђује нумеричку стабилност. У пракси, Adam представља алгоритам који обично даје најбоље перформансе [54].

2.3.2 Регуларизација

Оптимизација модела има за циљ минимизацију функције цијене, али ако модел постане превише прилагођен подацима за обуку, долази до проблема познатог као *overfitting*. Претјерано прилагођен модел показује изузетно добре перформансе на подацима на којима је обучаван, али значајно лошије резултате на новим, невиђеним подацима. Тада кажемо да је генерализација модела лоша. Регуларизација је скуп техника које имају за циљ ублажавање претјераног прилагођавања подацима за обуку и побољшање генерализације модела.

Један од основних начина регуларизације је додавање пенализационог фактора у функцију цијене, што контролише вриједности параметара модела. У том смислу, два најчешће коришћена приступа су L1 и L2 регуларизација. L1 регуларизација, позната и као *Lasso* (енгл. *least absolute shrinkage and selection operator*), додаје суму апсолутних вриједности тежина као пенализациони фактор:

$$L'(\theta) = L(\theta) + \lambda \sum_i |w_i|, \quad (26)$$

гдје је $L(\theta)$ оригинална функција цијене, w_i тежине (параметри) модела, а λ хиперпараметар који контролише јачину регуларизације. Кључна карактеристика L1 регуларизације је њена способност да током оптимизације води ка томе да велики број коефицијената тежинских вектора постане нула, чиме тежински вектори постају ријетки (енгл. *sparse*) што се понекад назива спарсификацијом (прорјеђивањем). Овај ефекат омогућава L1 регуларизацији да имплицитно врши селекцију карактеристика, тако што мање важне карактеристике добијају тежине једнаке или блиске нули, чиме модел постаје једноставнији и мање склон преприлагођавању. Због ове способности селекције, L1 регуларизација је наро-

чито корисна у случајевима гдје постоји велики број улазних карактеристика, али се претпоставља да само мали број њих значајно утиче на излаз.

Са друге стране, L2 регуларизација, позната и као *Ridge* регуларизација, пенализује квадрат тежина:

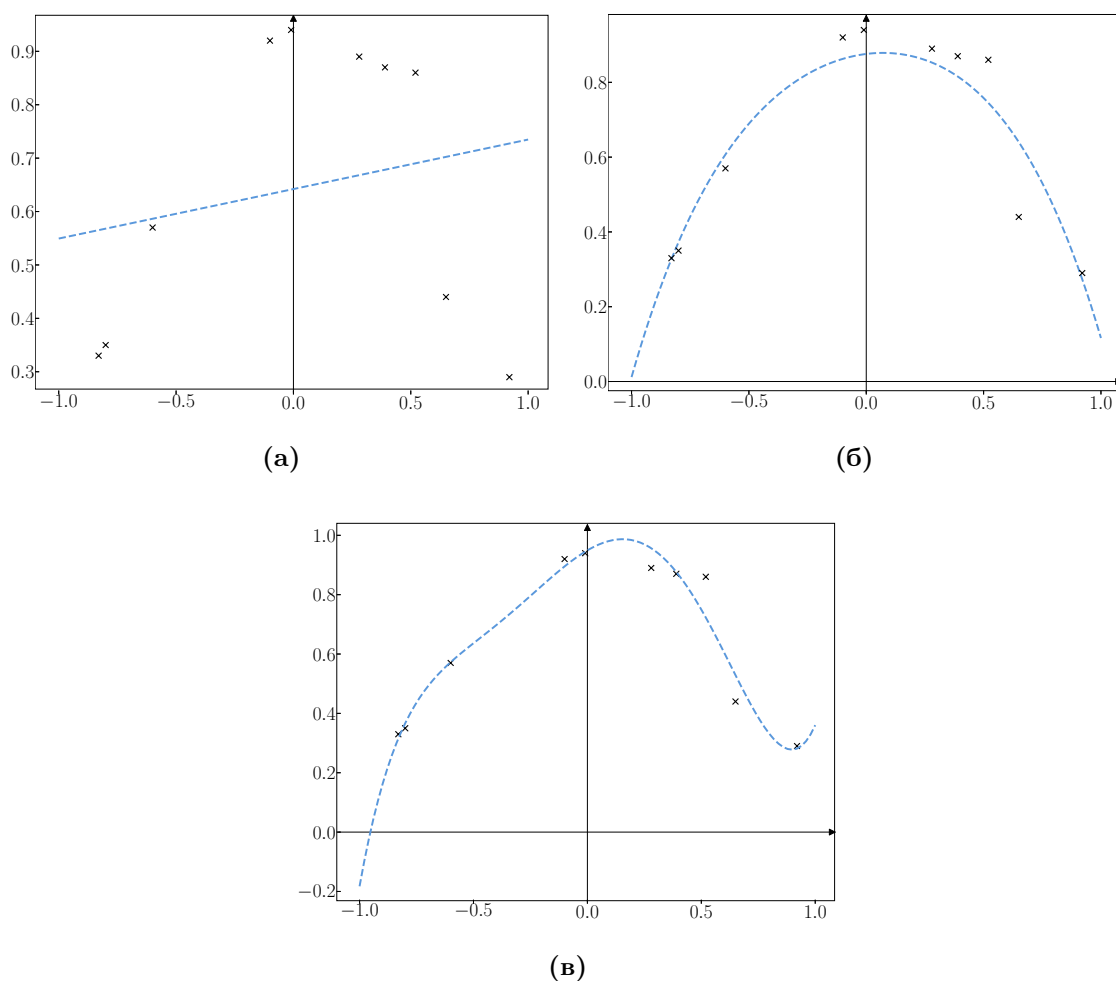
$$L'(\theta) = L(\theta) + \frac{1}{2}\lambda \sum w_i^2, \quad (27)$$

гдје је $L(\theta)$ оригинална функција цијене, w_i тежине (параметри) модела, а λ хиперпараметар који контролише јачину регуларизације. Фактор $1/2$ се додаје ради једноставнијег записа градијента функције цијене. За разлику од L1 регуларизације, L2 не доводи до спарсификације, већ подстиче мрежу да користи све своје улазе равномјерно, смањујући ризик од прекомјерног ослањања на само неколико улазних карактеристика (што се манифестује великим вриједностима појединих тежина). L2 регуларизација се користи када се жели очувати информација из свих улазних карактеристика, али уз контролу њиховог утицаја на коначну предикцију модела.

Осим L1 и L2 регуларизације, или њихове комбинације [55], још једна популарна техника је *dropout*, која насумично искључује одређени проценат неурона током обуке модела [56]. На тај начин модел постаје робуснији и мање зависан од излаза појединих неурона [56], [57]. Током сваке итерације обучавања модела, сваки неурон се искључује са вјероватноћом p . Да би се очувала статистика излаза, излаз активних неурона се скалира са $1/p$. Овај поступак се назива инвертовани *dropout*, јер приликом предикције није потребно скалирати излаз. *Dropout* се често користи у DNN као ефикасна метода регуларизације.

Поред наведених метода, постоје и друге стратегије за смањење преприлагођавања, попут раног прекида (енгл. *early stopping*), који зауставља обуку модела када се примијети да се грешка на валидационом скупу више не смањује, као и технике проширења (аугментације) података, које синтетички повећавају скуп података за обуку како би се унаприједила генерализација модела.

Кроз различите технике регуларизације, показано је како се може ријешити проблем прекомјерног прилагођавања модела. Прецизније, циљ није само избјегавање *overfitting*-а, већ постизање оптималне равнотеже између тачности и генерализације. Превише прилагођен модел постаје преосјетљив на специфичности података за обуку, укључујући шум, што резултира лошим перформансама на новим, невиђеним подацима. Другим ријечима речено, модел губи способност генерализације. С друге стране, недовољна прилагођеност настаје када модел нема довољан капацитет да моделује кључне обрасце у подацима, што доводи до лоших перформанси, како на подацима за обуку, тако и на подацима за тестирање и евалуацију модела. Као што је приказано на слици 7, добар модел



Слика 7: Примјери прилагођавања. Модел је: (а) недовољно прилагођен, (б) добро прилагођен, (в) преприлагођен.

проналази одговарајућу равнотежу, док преприлагођен модел превише детаљно опонаша податке. Са друге стране, недовољно научен модел не препознаје ни основне обрасце у подацима. У случају лошег прилагођавања, капацитет модела је вјероватно недовољан или је одабрана неодговарајућа архитектура, што ће захтијевати сложенији модел или другачији приступ рјешавању датог проблема.

2.4 Конволуционе неуралне мреже

CNN представљају једну од најзначајнијих архитектура у домену дубоког учења, нарочито када је ријеч о обради података са просторном или временском структуром. Ове мреже су иницијално развијене за обраду слике [58], [59], али су се показале као изузетно ефикасне и у анализи временских серија, за-

хваљујући способности екстракције сложених образаца из података [20], [21]. CNN архитектура се састоји од више компоненти, међу којима су најзначајнији конволуциони слојеви, слојеви за агрегацију (енгл. *pooling*) и FC слојеви.

У обради секвенцијалних података, као што су временске серије, број узорака по једној секвенци може бити веома велики. Слична ситуација се јавља и код обраде слика, гдје број пиксела у једној слици може достићи десетине хиљада. Ако бисмо сваки узорак секвенце или сваки пиксел слике директно повезали са неуронима улазног слоја класичне FCNN, број параметара модела био би изузетно велики, што би значајно успорило и отежало процес обучавања модела. Међутим, у већини реалних случајева, сусједни узорци сигнала или сусједни пиксели слике нису независни, већ међусобно повезани и формирају специфичне обрасце или карактеристике (енгл. *features*). Управо ова чињеница представља основ конволуционих слојева, који могу ефикасно екстраховати поменуте карактеристике коришћењем *matched filtering* операције [22]:

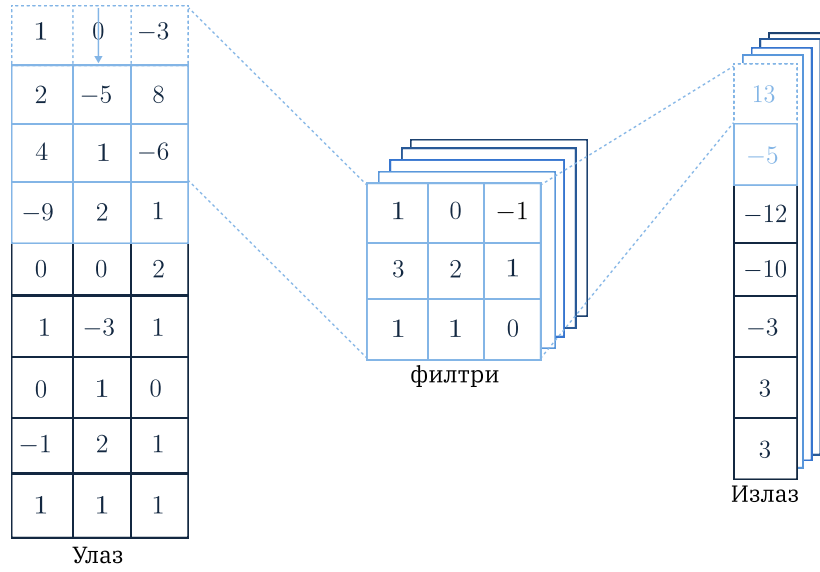
$$x(n) * h(-n) = \sum_m x(m)h(m-n) = \sum_m x(n+m)h(m), \quad (28)$$

гдје $h(n)$ представља образац од интереса у улазном сигналу $x(n)$, а симбол $*$ означава оператор конволуције. Према томе, оптимални детектор обрасца $h(n)$ у сигналу $x(n)$ се добија конволуцијом сигнала $x(n)$ са $h(-n)$ [22]. Важно је нагласити да конволуциони слојеви могу детектовати специфичне обрасце без обзира на њихову позицију у улазној секвенци или слици, што је фундаментална разлика у односу на FC слојеве који уче глобалне обрасце у подацима [59]. У контексту временских серија, ова особина имплицира временску инваријантност у детекцији информација.

Операција једнодимензионе конволуције примијењена на улаз који се састоји од временске серије дужине T , гдје сваки временски корак има F улазних карактеристика, илустрована је на слици 8. Конволуциони слој користи скуп филтара (или језгара) како би идентификовао различите обрасце присутне у подацима. Свако језгро \mathbf{W}_k има димензије $M \times F$, гдје M представља величину прозора конволуције. Излаз конволуционог слоја за k -ти филтар се може формално дефинисати као:

$$\mathbf{Y}_k = f(\mathbf{W}_k * \mathbf{X} + b_k), \quad (29)$$

гдје је $\mathbf{X}_{T \times F}$ улазна матрица која репрезентује временску серију са T временских корака и F улазних карактеристика, \mathbf{W}_k је k -ти конволуциони филтар слоја, димензија $M \times F$, b_k је одступање за филтар k , а $f(\cdot)$ означава активациону функцију. Употреба активационе функције је кључна, с обзиром на то



Слика 8: Приказ 1D конволуције са насумично одабраним вриједностима улаза и коефицијентима филтара. Дужина улазног сигнала је $T = 9$, број улазних карактеристика је $F = 3$, а величина језгра је $M = 3$. На слици је приказан и одговарајући излазни сигнал након конволуције.

да је конволуција линеарна операција. Као активациона функција у конволуционим слојевима се најчешће користи ReLU [45], док је GELU (енгл. *gaussian error linear unit*) [60] новије рјешење које у неким случајевима показује боље перформансе.

Димензије излаза конволуционог слоја зависе од броја временских корака T , величине филтра M , укупног броја филтара K , као и од начина на који се врши конволуција. Прецизније, вектор \mathbf{Y}_k има димензије $(T - M + 1) \times 1$, а укупан број оваквих вектора је K . Ако се ови вектори сложе у колоне матрице, излаз из конволуционог слоја се може означити као $\mathbf{Y}_{(T-M+1) \times K}$. У пракси се често примјењује техника допуњавања нулама (енгл. *zero-padding*) улазне матрице \mathbf{X} дуж временске осе. Конкретно, да би се осигурало да излаз конволуције задржи оригиналну дужину T , додаје се $\frac{M-1}{2}$ врста нула на почетак и крај временске серије, што ће резултовати излазом димензија $T \times K$.

Дакле, операција коју врше конволуциони слојеви се може интуитивно интерпретирати као клизање филтра дуж временске серије и израчунавање скаларног производа између вриједности улаза унутар прозора величине M и коефицијената филтра. Битно је напоменути да горе наведене димензије излаза важе само у случају јединичног помјераја филтра (енгл. *stride*) дуж временске осе. У општем случају, за помјерај филтра s , вектор \mathbf{Y}_k ће имати димензи-

је $((T - M)/s + 1) \times 1$. Међутим, за обраду временских серија, уобичајено је користити помјерај филтра $s = 1$.

Током процеса обучавања мреже, параметри филтара (тежине модела) се адаптивно прилагођавају, са циљем минимизације функције цијене. Број филтара K , дужина улазне секвенце T , величина филтра M и помјерај филтра s представљају хиперпараметре чије вриједности је потребно пажљиво подесити.

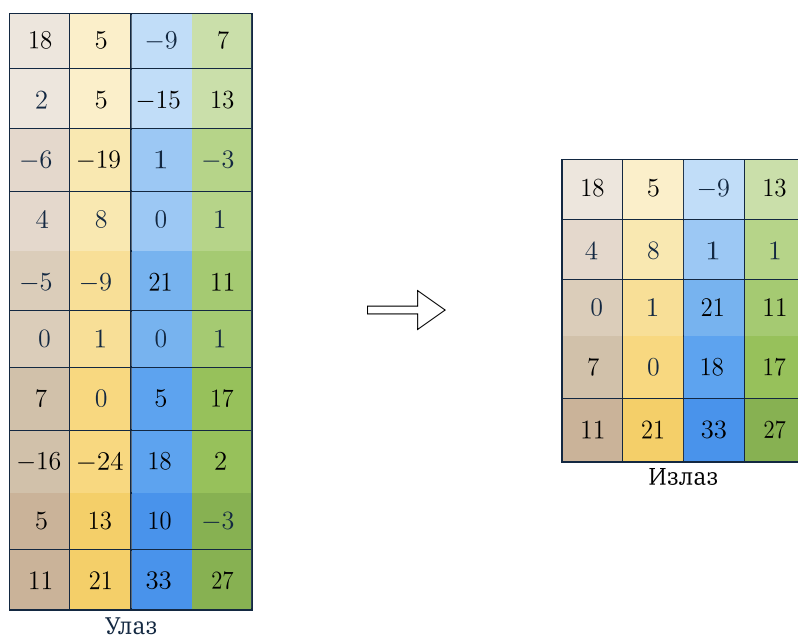
У типичним CNN архитектурама, један или више узастопних конволуционих слојева су често праћени слојевима за агрегацију. Ови слојеви имају за циљ смањење димензионалности улаза, чиме се смањује број параметара модела и побољшава генерализација. Додатно, постиже се и боља робусност модела на шум и варијације у улазним подацима. У контексту временских серија, говоримо о тзв. једнодимензионој агрегацији, јер ови слојеви дјелују само дуж временске осе улаза.

Један од најчешћих приступа је подјела сигнала на непреклапајуће сегменте дужине \mathcal{P} и одабир максималне вриједности унутар сваког сегмента:

$$\max_{k \in [0, \mathcal{P}-1]} \{z(n + k)\}, \quad (30)$$

гдје $z(n)$ представља улаз у слој за агрегацију по максимуму, а \mathcal{P} је величина непреклапајућег сегмента. Јасно је да се временска димензија улаза смањује за фактор \mathcal{P} . Илустрација овог поступка, за конкретан нумерички примјер са $\mathcal{P} = 2$, приказана је на слици 9.

У архитектури CNN, FC слојеви се обично налазе на крају мреже и служе за генерисање коначне предикције. Након што конволуциони и агрегациони слојеви екстрахују хијерархијске везе из улазних података, FC слојеви преузимају ове информације и комбинују их како би генерисали излаз који одговара специфичном задатку.



Слика 9: Илустрација рада слоја за агрегацију по максимуму (1D) са насумично одабраним вриједностима улаза и за величину прозора $\mathcal{P} = 2$.

3 Архитектура предиктора

У овом поглављу биће представљена архитектура развијеног предиктивног модела за прогнозу потрошње електричне енергије, који интегрише N-BEATS и CNN. Ова хибридна архитектура комбинује предности оба приступа: способност CNN-а да ефикасно екстрахује карактеристичне обрасце из података и N-BEATS компоненте да генерише прецизне прогнозе са високим нивоом интерпретабилности. Прецизније, CNN омогућава дубљу анализу структурних карактеристика временских серија кроз конволуционе филтре, док N-BEATS, захваљујући својој модуларној архитектури, пружа флексибилност и прецизност у моделовању сложених образаца у подацима. Развој овог модела мотивисан је потребом за тачнијим и поузданијим предикцијама у електроенергетском систему, посебно у контексту краткорочних прогноза које су кључне за оперативно планирање и балансирање мреже.

У наставку овог поглавља детаљно ће бити објашњена методологија коришћена за предикцију потрошње електричне енергије. Прво се детаљно објашњава предложена архитектура која комбинује CNN слојеве са N-BEATS алгоритмом. Затим се обрађује и ансамбл метода која додатно побољшава робусност и тачност предикција кроз комплементарно дејство више модела.

3.1 Предложена архитектура и N-BEATS

Комбиновање различитих архитектура у домену дубоког учења често доводи до иновативних рјешења која надмашују перформансе појединачних модела. У овом поглављу објашњавамо како се предности CNN-а и N-BEATS архитектуре [37] комбинују у предложеном хибридном моделу како би се постигла висока тачност предикције потрошње електричне енергије. Оваква модификација је мотивисана чињеницом да FC слојеви уче глобалне обрасце у подацима, док, са друге стране, CNN обично самостално имају проблема са постизањем високе тачности у предикцији временских серија. Додатно, треба напоменути и чињеницу да је предложени приступ изузетно погодан за инкорпорацију хетерогених извора података (нпр. временских прогноза) које су кључне за разматрање екстерних утицаја. Са друге стране, већина актуелних (*state-of-the-art*) метода се ослања искључиво на податке о потрошњи електричне енергије, намећући потребу за флексибилнијим рјешењима.

N-BEATS представља модел дубоког учења посебно дизајниран за предикцију временских серија [37]. Његова архитектура заснива се на употреби резидуалних веза, које повезују стекове FC слојева, организованих у блокове. Сваки

блок генерише два излаза: *backcast*, који представља сегмент улаза чије зависности блок моделује, и *forecast*, који доприноси коначној предикцији [37]. Ови излази се добијају трансформацијом излаза посљедњег FC слоја у посматраном блоку у N -димензиони простор коришћењем базних функција. Једно од могућих рјешења за избор ових функција јесте комбиновање полиномијалних функција, које моделују глатке промјене у сигналу, са Фуријеовим (енгл. *Fourier*) серијама, погодним за учење периодичних образаца. Блокови су хијерархијски организовани како би се формирала дубока мрежа која успјешно комбинује флексибилност, ефикасност и интерпретабилност.

Предложена архитектура, приказана на слици 10, заснива се на адаптацији основног N-BEATS блока, гдје се стандардни стек FC слојева замјењује низом од M парова конволуционих и слојева за агрегацију по максимуму (Conv1D \rightarrow Maxpooling1D), након чега слиједи један FC слој са ReLU активационом функцијом [45]. Архитектура се састоји од секвенце од $2N$ оваквих блокова повезаних двоструким резидуалним везама. Као што је то раније и наглашено, конволуциони слојеви имају за циљ екстраховање локалних образаца, док слојеви за агрегацију смањују димензије улаза и убрзавају процес учења NN. Додатно, слојеви за агрегацију уопштено доприносе робусности и обезбјеђују бољу генерализацију модела. На крају се научене карактеристике, екстраховање поменутиим стеком слојева дубине M , просљеђују стандардном FC слоју на даљу обраду.

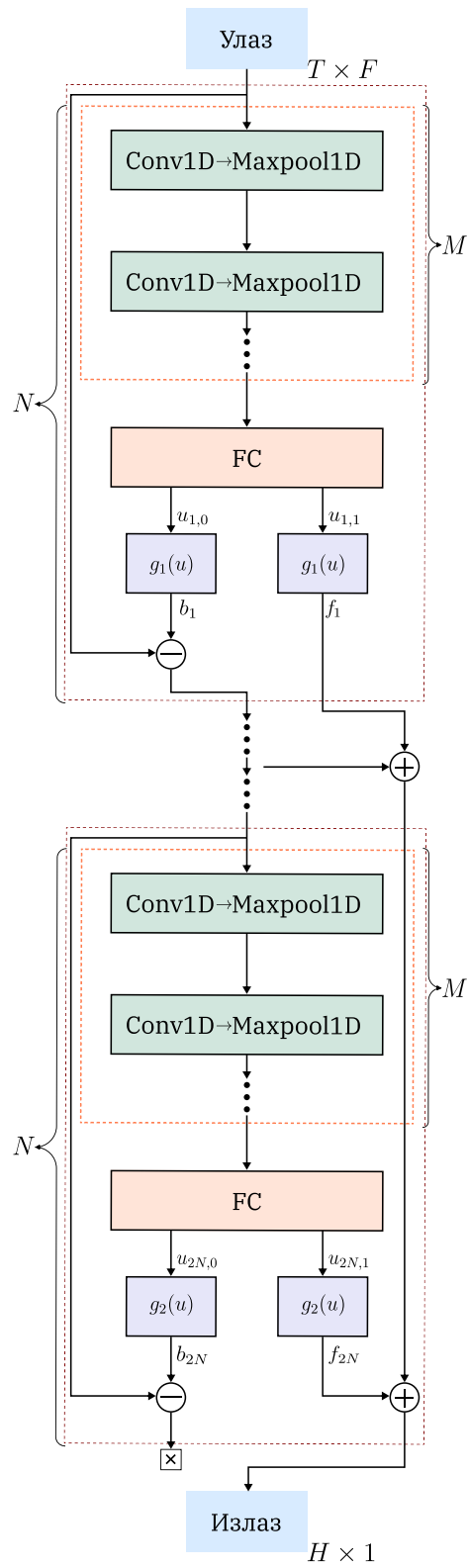
Излаз FC слоја је подијељен на два дијела, на слици 10 означена са $u_{i,0}$ и $u_{i,1}$, гдје је $i \in \{1, 2, \dots, 2N\}$ и представља индекс блока. Ови излази се трансформишу у вишедимензиони простор коришћењем базних функција [37]. Ради интерпретабилности, одабране су функције које моделују тренд и сезоналност података [37]. Функција тренда описује глатке промјене у сигналу, док синусне и косинусне функције различитих фреквенција моделују периодичне флукуације.

Функције за моделовање тренда и сезоналности се дефинишу као:

$$g_1(u) = \sum_{k=0}^p \mathbf{u}[k] \mathbf{t}^k, \quad (31)$$

$$g_2(u) = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{H}{2} - 1 \rfloor} \mathbf{u}[k] \cos(2\pi k t) + \mathbf{u} \left[k + \left\lfloor \frac{H}{2} \right\rfloor \right] \sin(2\pi k t), \quad (32)$$

где је \mathbf{u} одговарајући дио излаза из FC слоја, параметар p (у релацији (31)) представља степен полинома, а вектор \mathbf{t} је дефинисан као $\mathbf{t} = [0, 1, 2, \dots, H-1]^T / H$ [37]. Вриједност параметра H зависи од сврхе излаза. За излаз који формира



Слика 10: Предложена DNN архитектура предиктора.

коначну предикцију (на слици 10 означен као f_i), H одговара дужини предикционог хоризонта (нпр. 24, што кореспондира са бројем сати у дану). За излаз који се користи у даљој анализи (на слици 10 означен као b_i), H је једнак производу дужине временске серије T и броја улазних карактеристика F , односно $H = T \cdot F$.

Дакле, сваки од $2N$ блокова има два излаза. Први излаз, *backcast*, заједно са улазом у посматрани блок формира улаз у наредни блок. Други излаз, *forecast*, представља предикцију генерисану у посматраном блоку која у суми са предикцијама осталих блокова формира коначни излаз модела [37]. Формално, ако са d_i означимо улаз у i -ти блок, тада се улаз у $i + 1$ блок добија као:

$$d_{i+1} = d_i - b_i, \quad (33)$$

гдје b_i представља *backcast* излаз тренутног блока. Овај поступак омогућава моделу да у наредним блоковима учи репрезентације које претходни блокови нису успјешно моделовали. Слично, ако са v означимо коначну предикцију модела, исту можемо добити као:

$$v = f_1 + f_2 + \dots + f_{2N} = \sum_{i=1}^{2N} f_i. \quad (34)$$

Да сумирамо, хибридна архитектура састоји се из два сегмента [37]:

1. Првих N блокова са трансформационом функцијом $g_1(u)$ за моделовање тренда. Ова функција успјешно апроксимира глатке промјене у подацима када је ред полинома p у једначини (31) мали (типично 2 или 3).
2. Преосталих N блокова са трансформационом функцијом $g_2(u)$ за моделовање сезоналних образаца.

Предложена архитектура имплементирана је коришћењем TensorFlow-a (Keras), библиотеке отвореног кода која пружа Python интерфејс за NN. Оптимизација модела извршена је разматрањем кључних хиперпараметара, који су приказани у табели 1.

Укупан број блокова одређује дубину модела, при чему сваки блок садржи M [Conv1D \rightarrow Maxpooling1D] парова. Прецизније, након сваке конволуције, подаци пролазе кроз слој за агрегацију по максимуму, чиме се димензија улаза смањује за 50%. Овај поступак се понавља M пута, а циљ је био извући максималну могућу количину информација из улазних података. Конволуциони слојеви користе 128 филтара са језгром величине 3 и ReLU активациону

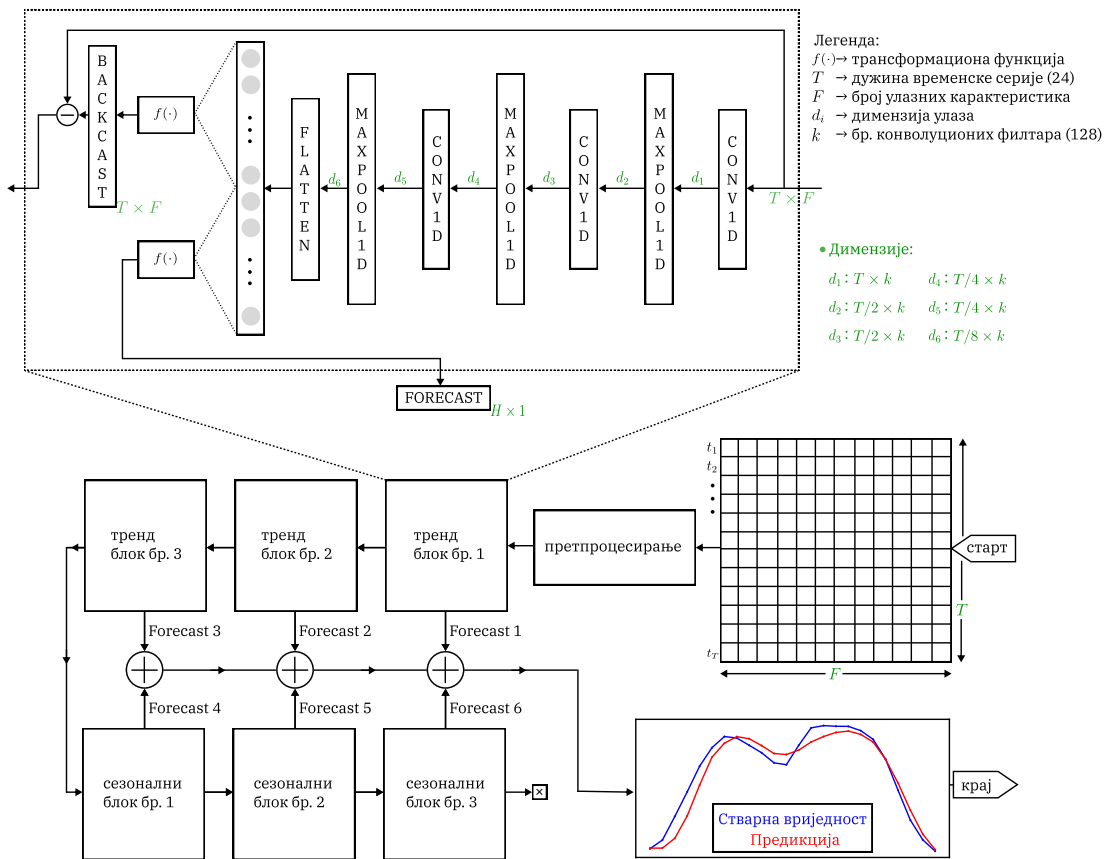
Хиперпараметар	Вриједност
Укупан број блокова ($2N$)	6
Број коволуционих слојева по блоку (M)	3
Број филтара у конволуционим слојевима	128
Дужина филтра у конволуционим слојевима	3
Величина непреклапајућих сегмената у макс. агр. слојевима	2
Ред полинома у тренд функцији (p)	3
Јачина L2 регуларизације (λ)	0.001
Почетна вриједност корака учења	0.001
Величина узорка (енгл. <i>batch</i>)	128
Број епоха обучавања	150

Табела 1: Вриједности хиперпараметара предложеног модела.

функцију [45]. Величина *batch*-а односи се на број узорака обрађених у једној итерацији епохе прије ажурирања тежина, док број епоха одражава укупан број пролаза кроз цијели корпус података, који у овом случају износи 150.

Детаљан ток обраде улазних података је приказан на слици 11. Након прет-процесирања, подаци се шаљу на улаз у модел у којем сваки блок продукује два излаза: *backcast* и *forecast*. *Backcast* излаз се одузима од улаза у посматрани блок и резидуални сигнал се просљеђује наредном блоку у секвенци. Са друге стране, *forecast* излаз се сабира са *forecast* излазима осталих блокова. С обзиром на то да се архитектура састоји од шест блокова, коначна предикција се добија агрегирањем шест *forecast* излаза. Такође, важно је напоменути да тренд и сезонални блокови дијеле идентичну архитектуру, са једином разликом у одабраној трансформационој функцији, дефинисаном релацијом (31) за случај тренд и релацијом (32) за случај сезоналних блокова. Сваки конволуциони слој проширује улазни сигнал нулама како би дужина резултујуће конволуције имала исте димензије као и улаз у слој.

У процесу обучавања, коришћена је средња апсолутна грешка (енгл. *mean absolute error* - MAE) као функција цијене и Adam оптимизатор [53]. Обучавање и евалуација модела за прогнозирање потрошње електричне енергије извршено је подјелом корпуса података на 90% за обуку и 10% за тестирање. Додатно, дио података за обуку је даље подијељен на тренинг и валидациони подскуп како би се извршила оптимизација хиперпараметара и контролисало преприлагођавање.



Слика 11: Ток обраде улазних података.

3.2 Ансамбл метода

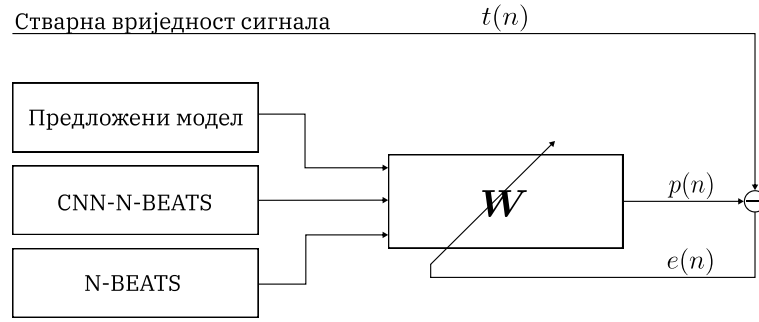
У рјешавању сложених проблема, често се ослањамо на мишљење више експерата како бисмо добили прецизније и поузданије резултате. Слично томе, у машинском учењу, ансамбл методе комбинују предности више алгоритама како би се постигле боље предиктивне перформансе него што би се могле постићи са било којим од појединачних приступа [61], [62], [63].

Кључна предност ансамбл техника лежи у синергији коју ствара разноликост међу моделима и њихово комплементарно дејство [64]. У случају NN, на примјер, може бити обучавано више модела са различитим архитектурама, иницијализацијама тежина или процедурама обуке. Затим се, погодним комбиновањем добијених резултата, постиже робуснија предикција, јер један модел може исправити грешке које праве други модели [64]. Овај приступ такође смањује ризик од прекомјерног прилагођавања и истовремено побољшава способност генерализације модела. Са повећањем броја модела у ансамблу, перформансе се обично монотонно побољшавају, иако са опадајућим приносима. Додатно, треба напоменути и чињеницу да су са већом разноликошћу модела ова побољшања значајнија [65].

Међутим, иако ансамбл методе могу значајно побољшати перформансе, оне долазе са одређеним компромисима. Један од главних недостатака је рачунска сложеност. Евалуација предикција ансамбла захтијева тестирање сваког модела у ансамблу, што је са аспекта времена и ресурса веома захтјевно, нарочито за велике корпусе података. Додатно, захтјеви за брзим извршавањем у временски критичним апликацијама могу представљати значајан изазов у практичној примјени ансамбл метода. Због тога су истраживања усмјерена на начине компресије ансамбл модела у један модел без губитка перформанси. Један од приступа подразумијева прилагођавање функције цијене на основу сазнања стечених из ансамбла, чиме се креира јединствен модел са потенцијално побољшаним перформансама [65].

Са друге стране, у случајевима када су хардверски ресурси ограничени, једноставнији приступи, као што је обучавање једног модела на различитим подскуповима података или коришћење просјечних вриједности параметара из различитих епоха обуке, такође могу довести до побољшања перформанси. Ове методе, иако нису толико ефикасне као ансамбли различитих модела, ипак могу унаприједити предиктивне перформансе са малом цијеном рачунске сложености.

Теоријски оквири у ансамбл учењу сугеришу да број модела коришћених у ансамблу треба пажљиво да се одабере. Иако повећање броја модела обич-



Слика 12: Приказ адаптивног система коришћеног код ансамбл приступа. Стварна вриједност сигнала, предикција ансамбла, и сигнал грешке су означени са $t(n)$, $p(n)$ и $e(n)$, респективно.

но побољшава тачност, постоји тачка у којој користи почињу да опадају, што је феномен познат као закон опадајућих приноса. Студије сугеришу да коришћење превише или премало основних модела може довести до субоптималних перформанси. Ансамбл методе се широко примјењују у машинском учењу, нарочито у задацима класификације и регресије.

У овом раду се такође разматра могућност додатног унапређења резултата постигнутих једномоделним приступима кроз употребу ансамбл технике. С обзиром на доказане предности ансамбл метода у литератури [61], [62], [63] истражен је њихов потенцијал у контексту проблема предвиђања потрошње електричне енергије и квантификована су побољшања која ова стратегија може донијети. Конкретно, коришћењем LMS алгоритма [66] креиран је адаптивни систем који комбинује предикције предложеног модела, CNN-N-BEATS-а и N-BEATS архитектуре. LMS филтар је дизајниран тако да минимизује разлику између излаза из адаптивног система и стварних вриједности сигнала. Приказ адаптивног система је дат на слици 12.

Означимо предикције предложеног модела, CNN-N-BEATS-а, и N-BEATS-а са $x_1(n)$, $x_2(n)$ и $x_3(n)$, респективно. Даље, нека је вектор $\mathbf{X}(n)$ дефинисан као $\mathbf{X}(n) = [x_1(n), x_2(n), x_3(n), 1]$, гдје се посљедњи елемент односи на одступање (*bias*). Излаз из адаптивног филтра се добија као:

$$p(n) = \mathbf{X}(n)\mathbf{W}(n), \quad (35)$$

гдје $\mathbf{W}(n)$ представља вектор колону коефицијената адаптивног филтра у тренутку n . Грешка предикције у тренутку n се дефинише као разлика између истините вриједности сигнала, $t(n)$, и предикције модела:

$$e(n) = t(n) - p(n). \quad (36)$$

Коначно, коефицијенти адаптивног филтра се током обучавања ажурирају према формули:

$$\mathbf{W}(n + 1) = \mathbf{W}(n) + \mu e(n) \mathbf{X}^T(n), \quad (37)$$

гдје је μ корак учења и представља хиперпараметар LMS алгоритма. Вриједност μ треба пажљиво подесити како би се обезбиједила конвергенција система.

4 Црногорски ЕЕС и доступни подаци

Тачност моделовања образаца потрошње, поред историјских информација о потрошњи, у великој мјери зависи и од читавог низа других варијабли међу којима се издвајају атмосферске прилике, те економски, инфраструктурни и демографски фактори. У том контексту, Црна Гора се издваја као комплексан примјер мале земље са широким диверзитетом географских и климатских карактеристика, економски снажно зависне од туризма, и земље која је у процесу зелене енергетске транзиције. Ова комбинација специфичности чини задатак предвиђања потрошње електричне енергије изузетно сложеним.

Производња електричне енергије у Црној Гори је базирана на производњи термоелектране Пљевља, хидроелектрана Пива и Перућица, бројних малих хидроелектрана, двије вјетроелектране (Можура и Крново), а у посљедње вријеме расте и удио енергије произведене из енергије Сунца. Иако термоелектрана Пљевља годинама уназад покрива више од трећине произведене електричне енергије (што је уједно чини и највећим произвођачем од свих горе наведених), због еколошких разлога, те зелене енергетске транзиције разматра се њено затварање. Ова транзиција ка зеленој енергији је додатно подржана све већим бројем малих хидроелектрана, нарочито на сјевероистоку земље. Додатно, у скоријем периоду изграђене су и двије вјетроелектране, једна у централном (Крново), и једна у јужном (Можура) дијелу Црне Горе, али се такође планирају и додатни капацитети (вјетроелектрана Гвозд). Осим тога, удио соларне енергије значајно је порастао у претходних 18 мјесеци, првенствено захваљујући инсталацији соларних панела на крововима домаћинстава, чиме се додатно смањује зависност од традиционалних извора енергије. Такође, планира се и изградња великог броја соларних електрана као и инсталација соларних панела на крововима индустријских постројења.

Географски диверзитет Црне Горе додатно компликује профил електроенергетског система. Приморска (јужна) регија има медитеранску климу, док централна регија, која је економски најразвијенија и најнасељенија, има умјерену климу с изузетно топлим љетима. Сјеверна регија земље одликује се хладним зимама и свјежим љетима. Ови географски и климатски фактори, у комбинацији с развојем енергетске мреже и процесом зелене транзиције, значајно отежавају управљање црногорским електропреносним системом.

Електроенергетска мрежа на дистрибутивном нивоу и углавном у руралним областима је изузетно стара и не тако добро одржавана, што често резултује испадима, нарочито током зимских мјесеци. Ова чињеница директно утиче и на број изузетака (енгл. *outliers*) у подацима, као што ће бити и приказано у

Поглављу 4.2. Сваки испад система, укључујући и кварове на трафостаницама није сматран предвидивим, јер овакво понашање излази из оквира регуларног, те ће кореспондирајући одбирци сигнала бити третирани као *outlier*-и.

Ова студија се ослања на петогодишњу историју мјерења са 28 трафостаница 110/35 kV, са временском резолуцијом од 15 минута, што укупно даје 175392 одбирка сигнала.

На слици 13 је приказана мапа Црне Горе са локацијама трафостаница, од којих се 27 налази на територији Црне Горе, док се једна налази у Босни и Херцеговини (Чајниче). Мапа такође приказује и локације метеоролошких станица чији су подаци коришћени за прогнозе оптерећења. Оператор дистрибутивног система подијелио је територију земље у седам регија. Трафостанице унутар исте регије су на слици 13 означене истом бојом. Ове регије имају јединствене карактеристике које ће бити детаљно описане у Поглављу 4.2.

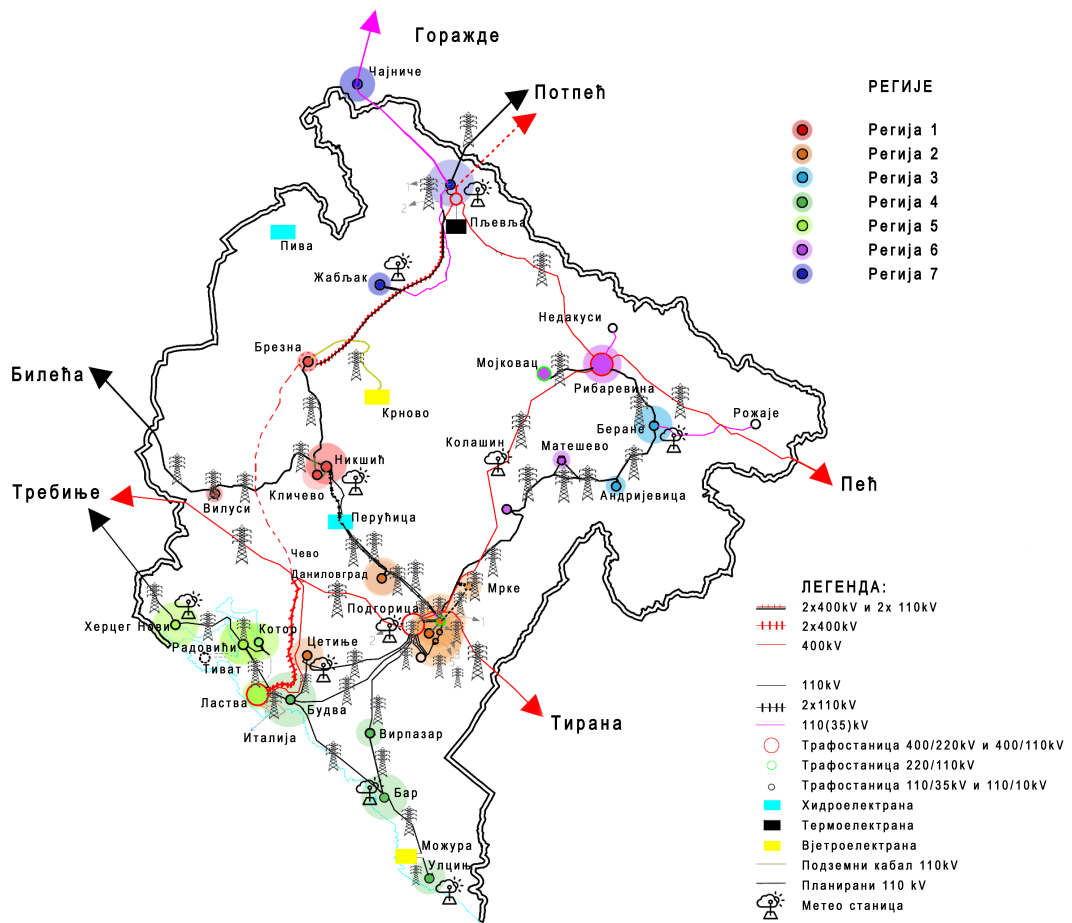
4.1 Црногорски ЕЕС у новијој историји

Ради бољег разумијевања историјских трендова црногорског електроенергетског система, слика 14 приказује дијаграме који илуструју процентуални удио различитих произвођача у укупној производњи енергије у 2019, 2021 и 2023. години.

Према Извјештају о стању црногорског енергетског сектора Регулаторне агенције за енергетику и регулисане комуналне дјелатности за 2019. годину, укупна производња електричне енергије износила је 3382.86 GWh, што представља повећање од 8.33% у односу на просјечну производњу у периоду 2010 – 2018 (искључујући минималну и максималну вриједност). Обновљиви извори енергије допринијели су са 58.9%. Удио соларне енергије био је готово занемарљив са 1.01 GWh, односно 0.03% укупне производње.

У 2021. години, производња електричне енергије достигла је 3655.66 GWh, што представља раст од 8.06% у односу на 2019. годину. Удио соларне енергије повећан је на 2.92 GWh, међутим, производња из енергије Сунца и даље остаје на скромном нивоу. Укупна производња из обновљивих извора износила је 63.55%.

У 2023. години, укупна производња електричне енергије у Црној Гори износила је 4046.71 GWh, што представља повећање од 10.7% у односу на 2021. и 19.62% у односу на 2019. годину. Овај раст је значајан упркос затварању великих индустријских потрошача енергије, попут Комбината алуминијума Подгорица. Удио соларне енергије порастао је на 16.59 GWh, што представља раст од

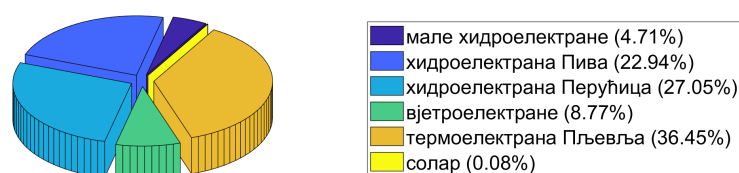


Слика 13: Црногорски електроенергетски систем.¹

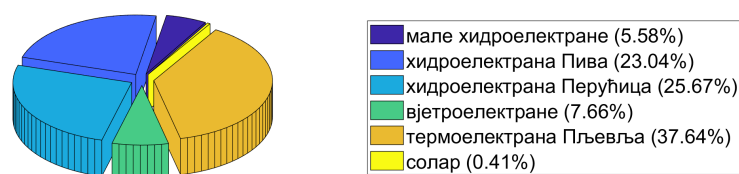
¹Илустрација је базирана на информацијама са следећег линка: <https://www.cges.me/onama/karta-prenosnog-sistema/prikljucenje-na-prenosnu-mrežu>.



(а) Удио појединих произвођача у укупној производњи електричне енергије у 2019.



(б) Удио појединих произвођача у укупној производњи електричне енергије у 2021.



(в) Удио појединих произвођача у укупној производњи електричне енергије у 2023.

Слика 14: Удио појединих произвођача у укупној производњи електричне енергије у: (а) 2019, (б) 2021 и (в) 2023. ²

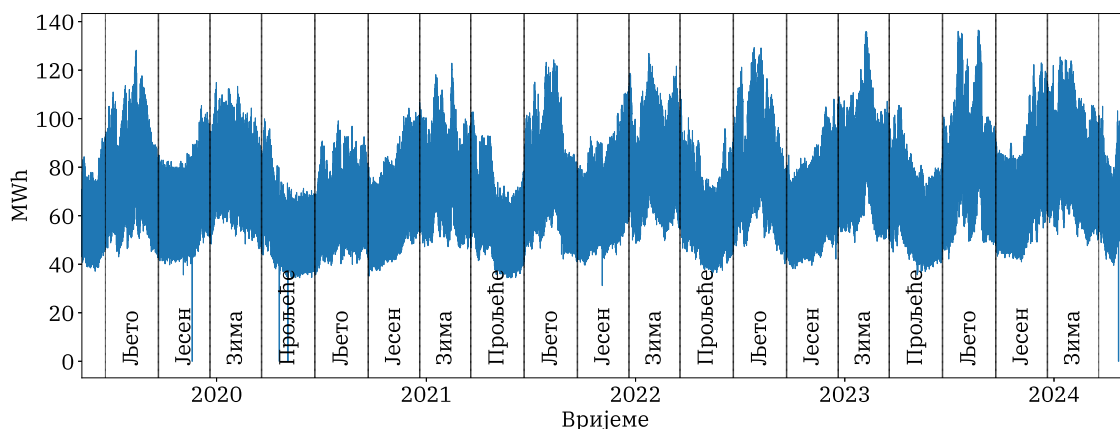
²Извјештаји о стању енергетског сектора Црне Горе Регулаторне агенције за енергетику и регулисане комуналне дјелатности се могу наћи на: <https://regagen.co.me/>.

1542.57% у односу на 2019. и 468.15% у односу на 2021. годину. Такође, са слике 14 се може уочити и да је удио енергије коју су произвеле мале хидроелектране растао током година.

Упркос чињеници да производња заснована на обновљивим изворима енергије зависи од временских услова, и да потражња у претходном периоду доживљава константан раст, прелазак на зелену енергију и постепено гашење термоелектране кључни су за одрживу будућност. У том смислу, предузимају се стратегије за повећање производње из обновљивих извора, нарочито искоришћавање вјетро и соларне енергије. Планови укључују изградњу нових вјетроелектрана и инсталацију соларних панела на крововима домаћинстава и индустријских постројења, чиме се подстиче прелазак потрошача у произвођаче енергије (произвођач - потрошач, енгл. *prosumer*). Додатну мотивацију грађанима представља чињеница да ће Држава откупити сваки вишак произведене енергије.

4.2 Корпус података

Основни корпус података се састоји од мјерења из првог квадранта са 28 трафостаница ситуираних широм Црне Горе (осим оне у Босни и Херцеговини) које раде на напонским нивоима 110/35 kV. Прикупљена мјерења обухватају период од 11. маја 2019. до 11. маја 2024. године, са временском резолуцијом од 15 минута. Агрегирано оптерећење са свих 28 трафостаница приказано је на слици 15, гдје се могу уочити сезонска максимална оптерећења, претежно током зимских и љетних периода. Са друге стране, може се уочити и да је потрошња



Слика 15: Профил потрошње електричне енергије из мреже на државном нивоу са резолуцијом од 15 минута и за период од 11. маја 2019. до 11. маја 2024.

најмања током прољећних мјесеци.

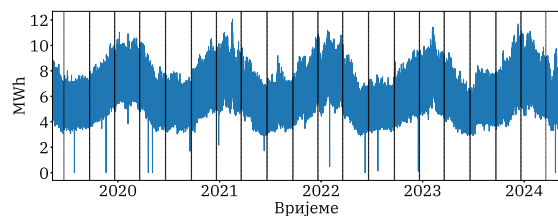
Оператор дистрибутивног система Црне Горе дијели електроенергетски систем на седам регија, од којих свака има специфичне карактеристике обликоване бројним параметрима, како је напоменуто и раније. Профили потрошње електричне енергије из мреже за поједине регије приказани су на слици 16.

Слике 16а и 16б приказују обрасце потрошње у централној регији, гдје живи већина становништва (Регије 1 и 2). Конкретно, слика 16а приказује обрасце потрошње општине Никшић, док слика 16б одговара профилу потрошње Подгорице. Трендови приказани на овим сликама углавном се слажу са укупним сигналом оптерећења приказаном на слици 15. Високе температуре ваздуха, које током љетних мјесеци у Регији 2 досежу готово 40°C, узрокују високу потражњу електричне енергије, што није толико изражено у сигналу приказаном на слици 16а.

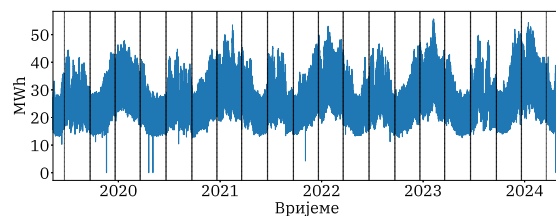
Регије 4 и 5 обухватају профиле потрошње обалних подручја. Слика 16г одражава потражњу највећих јужних и југоисточних општина, укључујући Будву, Бар и Улцињ (Регија 4). Слика 16д приказује потражњу југозападних општина: Херцег Нови, Котор и Тиват (Регија 5). Максимална потражња се јавља током љетних мјесеци, односно у јулу и августу. Важно је уочити и да је пандемија ковид-19 вируса изазвала значајна одступања од типичних образаца потрошње енергије из мреже током љета 2020. године, с обзиром на то да су ове регије у значајној мјери ослоњене на туризам. Овај аномални сегмент података укључен је у скуп података за обучавање модела, што представља додатни изазов за тачно предвиђање оптерећења.

Слика 16е приказује профил оптерећења за сјеверни дио земље (Регија 7), који обухвата општине Жабљак и Пљевља. У овој регији је ситуирана термоелектрана Пљевља. Регију 7 карактеришу хладне зиме и свјежа љета. Већина становништва користи дрво или угаљ за огријев, што резултује релативно стабилним односима потрошње током зимског и љетњег периода. Такође, статистички подаци сигнала приказаног на слици 16е значајно се разликују од осталих, што имплицира већу стохастичност профила потрошње енергије из мреже у овој регији.

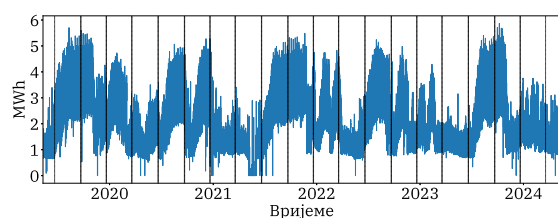
Слике 16в и 16ђ односе се на сјевероисточне дјелове земље, гдје се налазе општине Андријевица, Беране (Регија 3), Бијело Поље, Колашин, Мојковац (Регија 6). У овим регијама се налази велики број малих хидроелектрана. Будући да приказани подаци представљају мјерења из првог квадранта са трафостаница 110/35 kV, они изражавају разлику између укупног конзума и дијела конзума који се покрива од стране дистрибуираних извора, првенствено малих хидро-



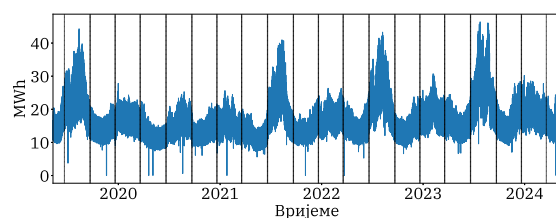
(а) Регија 1: Централна регија око Никшића.



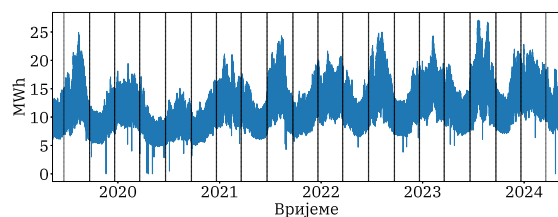
(б) Регија 2: Централна регија око Подгорице.



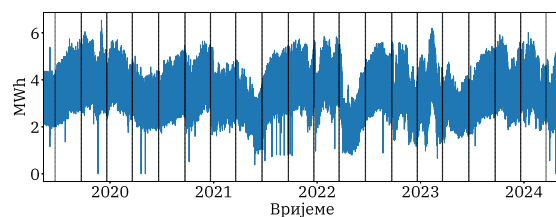
(в) Регија 3: Сјевероисточна регија око Берна.



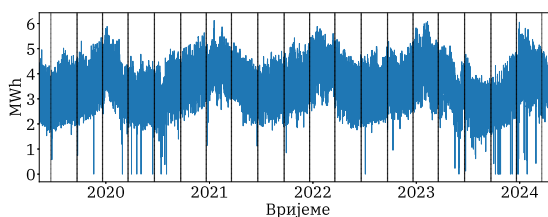
(г) Регија 4: Јужна и југоисточна (приморска) регија.



(д) Регија 5: Југозападна (приморска) регија.



(ђ) Регија 6: Сјевероисточна регија око Бијелог Поља.



(е) Регија 7: Сјеверна регија око Пљеваља.

Слика 16: Профили потрошње електричне енергије из мреже за седам прногорских регија са резолуцијом мјерења од 15 минута и за период од 11. маја 2019. до 11. маја 2024.

лектрана. Прецизније речено, тренутни подаци покривају само 110 kV страну, и не разматрају производњу која се остварује унутар саме дистрибутивне мреже. Дакле, када енергија произведена од стране дистрибуираних извора премашу локалну потражњу, вишак енергије враћа се у мрежу у смјеру 35 на 110 kV, што се у доступним подацима рефлектује као нулти одбирак.

Претходно поменуто ограничење је важно узети у обзир, нарочито у ситуацијама када се вишак произведене енергије враћа у супротном смјеру (35 на 110 kV). Иако је оператор дистрибутивног система започео прикупљање података за 35 kV мрежу, ти подаци ће бити разматрани накнадно због њихове лимитиране доступности (мање од 18 мјесеци).

Утицај обновљивих извора, нарочито соларне енергије, све више се одражава на обрасце потрошње електричне енергије из мреже, што доводи до појаве познате као *duck* ефекат. Конкретније, због високе производње соларне енергије током подневних сати, потреба за електричном енергијом из мреже се значајно смањује у том периоду. Међутим, како сунце залази, соларна производња брзо опада, док укупна потрошња расте, што захтијева нагло повећање производње из конвенционалних извора како би се надокнадио губитак соларне енергије. Ова динамична промјена оптерећења ствара изазове за електроенергетски систем, посебно у погледу стабилности мреже и потребних капацитета за флексибилну производњу енергије. Наведени феномен је најизраженији у централној и јужној регији, које имају највећи соларни потенцијал. Са сталним порастом броја инсталираних соларних панела, утицај овог ефекта постаје све јачи, што додатно мијења обрасце оптерећења електроенергетске мреже. Слично као и у случају малих хидроелектрана, подаци који се односе на производњу из енергије Сунца, нису били доступни у анализи.

Поуздане временске прогнозе и тачни метеоролошки подаци кључни су за унапређење прогноза о потражњи електричне енергије. Упркос великом броју аутоматизованих метеоролошких станица инсталираних широм Црне Горе, које прикупљају податке на сатној бази, ови подаци садрже значајан број недостајућих вриједности. Због природе атмосферских прилика, јасно је да ова мјерења није могуће интерполирати на поуздан начин. Имајући ово на уму, подаци са ових мјерних станица искључени су из даљег разматрања.

Додатно, анализирани су и подаци са платформе *OpenWeather*. Међутим, због значајних одступања у односу на горе поменуто податке, добијене од Завода за хидрометеорологију и сеизмологију Црне Горе, ни ови подаци нису укључени у даљу анализу. Упоредни приказ ове двије групе података дат је на слици 17, гдје је приказан насумично одабран узорак од 200 мјерења средње сатне тем-

пературе ваздуха за град Бар, који је изабран јер има релативно најмањи, али и даље значајан број недостајућих вриједности. На слици 18 приказан је сигнал грешке, дефинисан као разлика између средње сатне температуре ваздуха добијене са *OpenWeather* платформе и званичних података Завода за хидрометеорологију. Грешка је рачуната само за оне временске интервале за које су доступна мјерења из оба разматрана извора.

Коначно, одабрани су искључиво верификовани подаци са десет главних метеоролошких станица (локације су приказане на слици 13), доступни у дневној резолуцији. С обзиром на то да су мјерења агрегирана за период од 24h, у анализу су укључени само атмосферски параметри који укључују минималну, максималну и просјечну дневну температуру ваздуха. Остали метеоролошки подаци, попут брзине вјетра, количине падавина и облачности, нису погодни за даље коришћење због ефекта усредњавања.

4.3 Претпроцесирање

Како би се осигурала поузданост и потпуност, примијењена је метода интерквartilног распона (енгл. *interquartile range* - IQR) за откривање и елиминисање изузетака у подацима. IQR се односи на разлику између првог и трећег квартила података:

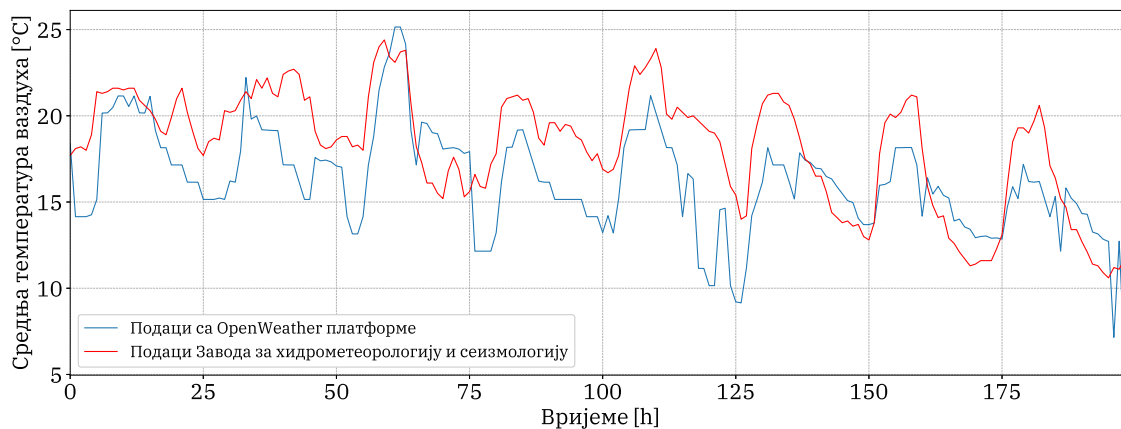
$$\text{IQR} = Q_3 - Q_1, \quad (38)$$

гдје Q_1 одговара првом квартилу, односно 25-том перцентилу, а Q_3 трећем квартилу, односно 75-том перцентилу. Коришћењем ових вриједности могуће је одредити горњу и доњу границу, изнад, односно испод којих се одбирци сигнала сматрају изузетима. Прецизније, ако L_u и L_d означавају горњу и доњу границу, респективно, тада се ове вриједности добијају као:

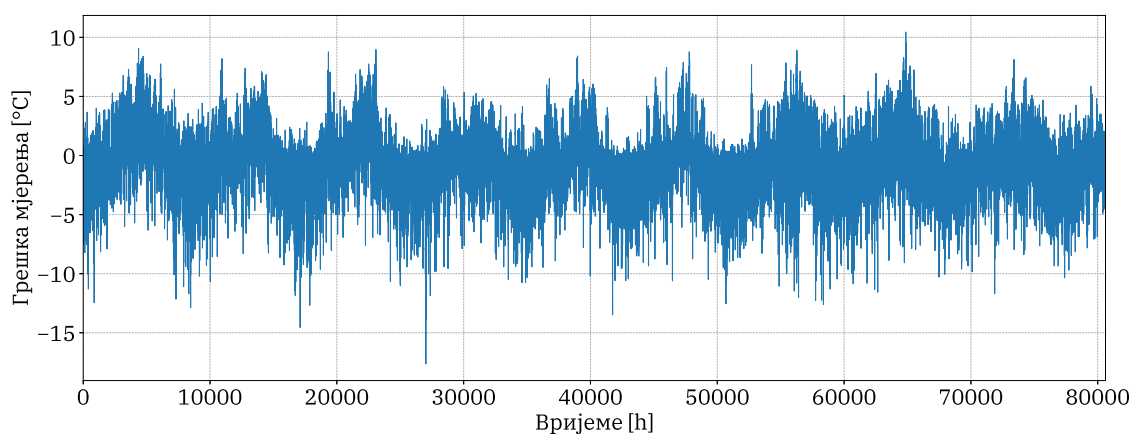
$$L_u = Q_3 + r \cdot \text{IQR}, \quad (39)$$

$$L_d = Q_1 - r \cdot \text{IQR}, \quad (40)$$

гдје је r праг са типичном вриједношћу од 1.5. Вриједности Q_1 и Q_3 су рачунате коришћењем клизајућег прозора који истовремено разматра 2880 одбирака сигнала, што се односи на 30 дана са 96 мерења дневно. Поред тога, недостајући подаци интерполирани су коришћењем линеарне интерполације. Овај тип интерполације је одабран због своје једноставности и брзине, а у овом случају није било дужих временских интервала без доступних узорака који би захтијевали примјену сложенијих метода.



Слика 17: Упоредни приказ података о средњој сатној температури ваздуха за град Бар, за насумично одабрани узорак од 200 мјерења из два разматрана извора. Подаци са *OpenWeather* платформе су приказани плавом, а мјерења добијена од Завода за хидрометеорологију и сеизмологију црвеном бојом.



Слика 18: Сигнал грешке средње сатне температуре ваздуха за град Бар, израчунат као разлика између података са *OpenWeather* платформе и података добијених од Завода за хидрометеорологију и сеизмологију.

4.4 Аугментација доступних података

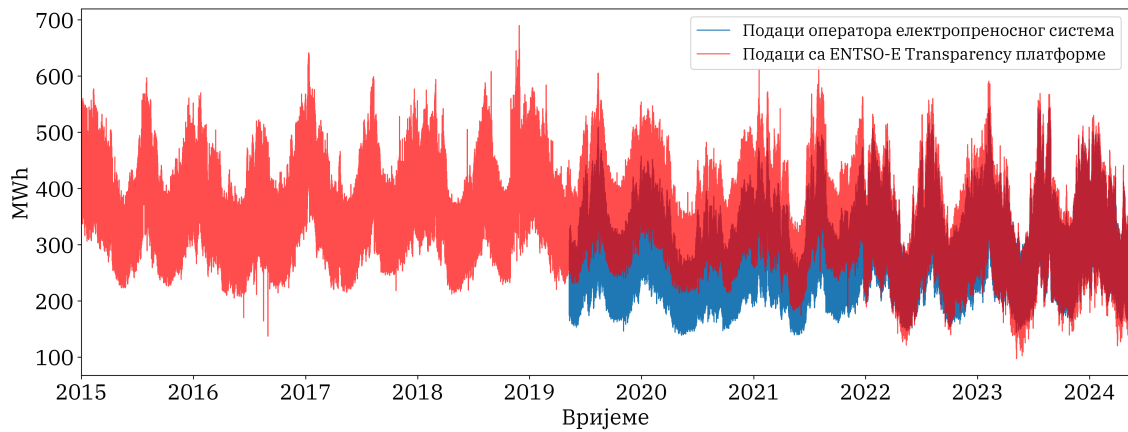
У циљу суочавања са изазовима везаним за квантитет података приликом рада са DNN моделима, одлучено је да се оригинални корпус података прошири. Висококвалитетни подаци представљају кључни фактор за постизање прецизних предикција, често једнако важан као и архитектура самог модела. Иако напредни DNN модели могу ефикасно учити сложене обрасце, њихова способност генерализације директно зависи од количине, тачности и разноврсности доступних података. Стога, како би се омогућила обука модела на богатијем скупу података, спроведена је процедура проширивања (аугментације) оригиналног скупа.

Доступни подаци о потрошњи електричне енергије из мреже обухватају временски период од 11. маја 2019. до 11. маја 2024. године, док су на вјештачки начин генерисани додатни подаци који се односе на период од 1. јануара 2015. до 10. маја 2019. године. Процес аугментације података заснован је на информацијама о оптерећењу добијеним са *ENTSO-E Transparency* платформе³. Ови подаци су претходно обрађени како би се уклонили *outlier*-и и неправилности. Прерађени сигнали оригиналног и екстерног корпуса података приказани су на слици 19.

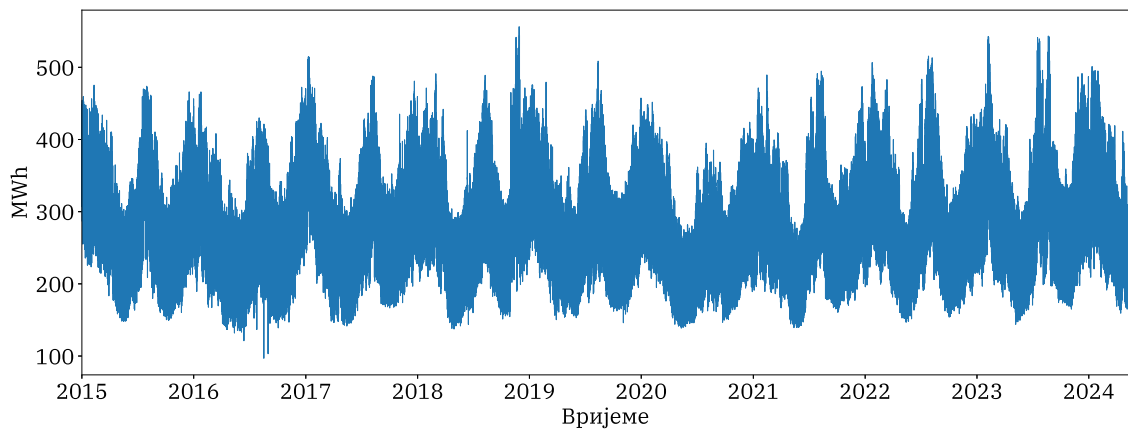
За потребе аугментације имплементиран је посебан регресиони модел обучаван да научи корелацију између података оператора електропреносног система Црне Горе и података из екстерног извора (*ENTSO-E*). Један од фактора који је било потребно пажљиво размотрити при обучавању овог модела био је спречавање проблема познатог као цурење информација. Проблем настаје када се подаци који су на било који начин повезани са тестним скупом неправилно интегришу у процес обучавања модела. Наведено може резултовати нереално високим перформансама током евалуације, али слабом способношћу генерализације на непознатим подацима. Цурење информација може настати директним укључивањем података из тестног скупа у фазу обучавања, али и индиректним механизмима, попут оптимизације хиперпараметара на основу тестних података или коришћења карактеристика које имплицитно садрже информације о циљној варијабли. Посебно је важно напоменути да се цурење информација може догодити и кроз неправилно спроведену аугментацију података, гдје генерисани узорци могу индиректно пренијети информације из скупа података за тестирање, нарушавајући објективност евалуације модела.

Како би се избјегао проблем цурења података, за обучавање аугментационог модела коришћен је само мали сегмент података који је истовремено присутан

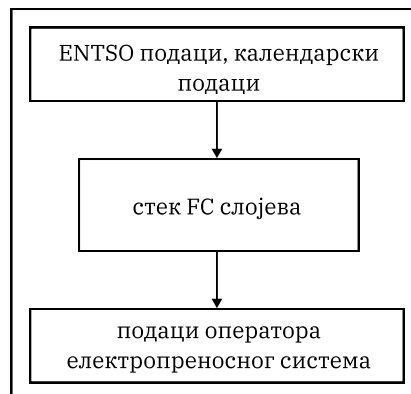
³Подаци су доступни на линку: <https://transparency.entsoe.eu/>.



Слика 19: Подаци са *ENTSO-E Transparency* платформе (црвена) и подаци оператора електропреносног система Црне Горе (плава) са резолуцијом од 1h. Изузети су уклоњени из оба сигнала.



Слика 20: Проширени подаци са резолуцијом од 1h, који обухватају период од 1. јануара 2015. до 11. маја 2024.



Слика 21: Поставка модела за аугментацију података.

у оба извора (*ENTSO-E* и оператор електропреносног система Црне Горе). На овај начин, осигурано је да модел за аугментацију учи искључиво на обрасцима који ће бити коришћени за обуку предиктора, без ризика од коришћења будућих информација.

Регресиони модел, приказан на слици 21, реализован је као вишеслојна *feed-forward* NN састављена од улазног слоја, три скривена FC слоја са по 64 неурона и ReLU активационом функцијом [45], и излазног слоја са једним неуроном и линеарном активацијом. Овај модел је као улаз добијао податке са *ENTSO-E Transparency* платформе као и сет контекстуалних карактеристика: сат, дан у недељи, дан у мјесецу, мјесец, и бинарне индикаторе за празнике. Модел је обучаван коришћењем Adam оптимизатора [53] са почетним кораком учења од 0.001, и са циљем минимизације MAE током максимално 150 епоха и за величину *batch*-а 32. Циљ овог модела био је да на излазу репродукује податке оператора електропреносног система Црне Горе.

Након завршене обуке, модел је искоришћен за генерисање додатних података за период од 1. јануара 2015. до 10. маја 2019. године. Коначни, проширени сигнал са сатном резолуцијом приказан је на слици 20. Важно је напоменути и чињеницу да су вјештачки генерисани подаци коришћени искључиво за обуку, у циљу унапређења тачности предикције и боље генерализације модела. Прецизније речено, будући да се не односе на стварне услове, ови подаци нису погодни за евалуацију модела, јер би њихово укључивање у ту сврху нарушило објективност добијених резултата.

Овим приступом обезбијеђено је да подаци коришћени за обуку DNN модела буду висококвалитетни и реални, чиме се смањује ризик од ненамјерних пристрасности и побољшава способност генерализације модела. Прецизност и поузданост предикција у великој мјери зависе не само од избора модела и његове архитектуре, већ и од обима, тачности и разноврсности података доступних током обуке. Поред тога, пажљиво осмишљен процес аугментације потенцијално омогућава смањење ефекта прекомјерног прилагођавања и побољшава робусност модела у реалним условима примјене. Контролисана експанзија скупа података чува структурне карактеристике изворног корпуса, док истовремено повећава његову информативну вриједност, омогућавајући моделу да ефикасније препознаје обрасце у динамичним и нелинеарним системима.

5 Резултати

У овом поглављу представљени су резултати примјене развијеног хибридног модела за прогнозу потрошње електричне енергије из мреже на државном нивоу, као и за неке од карактеристичних регија. Прогнозе на државном нивоу су рађене за дан унапријед и неколико сати унапријед (тзв. *intra-day* прогнозе), док су прогнозе за регије рађене искључиво за наредна 24h. Евалуација предложене архитектуре спроведена је коришћењем четири општеприхваћене метрике у регресионим задацима: MAE, средња релативна грешка (енгл. *mean absolute percentage error* – MAPE), коријен средње квадратне грешке (енгл. *root mean squared error* – RMSE) и коефицијент детерминације (R^2 вриједност). Наведене метрике формално су дефинисане сљедећим изразима:

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|, \quad (41)$$

$$\text{MAPE} = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right|, \quad (42)$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}, \quad (43)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad (44)$$

гдје y_i представља стварну вриједност циљне варијабле у тренутку i , \hat{y}_i означава одговарајућу предикцију модела, док \bar{y} означава средњу вриједност сигнала y .

Алгоритам је најприје упоређен са двије референтне архитектуре: генеричким N-BEATS моделом, који користи функције тренда и сезоналности (описаним раније релацијама (31) и (32)), за мапирање излаза блока у вишедимензиони простор, и CNN-N-BEATS архитектуром предложеном у [39], која је посебно прилагођена за рад са вишедимензионим улазом. Након тога, оцијењен је и ансамбл приступ, описан раније, у Поглављу 3.2. Резултати који ће бити приказани у наставку су добијени усредњавањем на пет независних симулација како би се осигурала њихова поузданост.

5.1 Моделовање укупне потрошње за дан унапријед

У случају прогноза на државном нивоу за дан унапријед, модел је евалуиран за неколико различитих поставки:

- Поставка I: Модел је обучаван искључиво на основу историјских података о потрошњи. Укупан корпус података обухвата период од 11. маја 2019. до 11. маја 2024. године.
- Поставка II: Број улазних карактеристика је проширен, тако да сада, поред података о потрошњи, модел добија и календарске податке који укључују дан у недељи (1 – 7), дан у мјесецу (1 – 31), мјесец (1 – 12) и празнике (*one-hot* кодирани).
- Поставка III: Поред улазних карактеристика описаних у Поставци II, улазни подаци укључују мјерења минималне, максималне и средње дневне температуре ваздуха са шест метеоролошких станица: Подгорица, Никшић, Пљевља, Бар, Улцињ и Цетиње (погледати слику 13). Остале метеоролошке станице су искључене из разматрања због високе корелације мјерења са наведених шест, чиме је смањена димензионалност улаза и тиме вријеме обуке модела.
- Поставка IV: Модел је обучаван на проширеним подацима о потрошњи (погледати Поглавље 4.2), приказаним на слици 20. Поред ових података, улаз у модел је укључио и остале параметре описане у Поставци III. Укупан корпус података обухвата период од 1. јануара 2015. до 11. маја 2024. године.

Све симулације су спроведене на серверу опремљеном NVIDIA V100 GPU-ом са 32 GB меморије. Захваљујући архитектури која користи конволуционе слојеве, модел омогућава висок ниво паралелизације и постиже изузетну временску ефикасност. За разлику од FC слојева, који имају ограничену могућност паралелизације јер сваки неурон има сопствени скуп тежинских коефицијената, конволуциони слојеви користе тзв. дијелење тежина. Ова карактеристика смањује меморијско оптерећење и омогућава ефикасније коришћење GPU ресурса.

У оквиру тестирања поставки, предложени модел је остварио просјечна времена тренирања од 5.64, 6.57, 7.42 и 11.03 минута. У поређењу са овим, тренирање N-BEATS модела трајало је 7.31, 7.45, 8.22 и 14.46 минута, док је CNN-N-BEATS захтијевао 8.12, 9.49, 10.44 и 18.76 минута у просјеку. Иако нешто сложенији, предложени модел омогућава бржу обуку, уз додатну флексибилност у интеграцији екстерних фактора који утичу на потрошњу електричне енергије.

Резултати предикција за 24h унапријед и за Поставке I, II, III и IV приказани су у табелама 2 и 3. Резултати за Поставку I, приказани у табели 2,

Метрика	N-BEATS		CNN-N-BEATS		Предложени модел	
	I	II	I	II	I	II
MAE [MWh]	13.09	12.38	12.81	12.23	13.27	12.27
MAPE	3.92%	3.69%	3.84%	3.65%	3.99%	3.65%
RMSE [MWh]	18.94	18.17	18.61	17.99	19.01	18.02
R ² скор	94.21%	94.67%	94.40%	94.77%	94.16%	94.75%

Табела 2: Поређење резултата симулације (Поставке I и II) за N-BEATS, CNN-N-BEATS, и предложени модел. Подебљане вриједности указују на најбоље перформансе.

Метрика	N-BEATS		CNN-N-BEATS		Предложени модел	
	III	IV	III	IV	III	IV
MAE [MWh]	9.64	8.60	9.29	8.34	9.03	8.12
MAPE	2.90%	2.58%	2.76%	2.52%	2.70%	2.44%
RMSE [MWh]	14.12	12.35	13.50	11.97	12.78	11.72
R ² скор	96.77%	97.71%	97.05%	97.84%	97.36%	97.93%

Табела 3: Поређење резултата симулације (Поставке III и IV) за N-BEATS, CNN-N-BEATS, и предложени модел. Подебљане вриједности указују на најбоље перформансе.

показују да CNN-N-BEATS архитектура остварује најбољи учинак. Конкретно, овај модел постиже релативно унапређење MAE за 3.46% и MAPE за 3.76% у поређењу са предложеним моделом, што је и у складу са иницијалним очекивањима. Прецизније, предложени модел није примарно намијењен за рад са једнодимензионим улазом, као што је случај у Поставци I, већ је дизајниран да покаже пуни потенцијал у сценаријима са вишедимензионим улазима. Како број улазних карактеристика расте (Поставке II, III и IV), предности конволуционих слојева у екстракцији карактеристичних образаца постају све израженије. За случај Поставке II, увођењем календарских података, предложени хибридни модел надмашује N-BEATS у свим евалуационим метрикама и достиже ниво перформанси упоредив са CNN-N-BEATS архитектуром.

Резултати који се односе на Поставке III и IV показују да предложени модел надмашује и N-BEATS и CNN-N-BEATS архитектуру. Ови резултати приказани су у табели 3. У оквиру Поставке III, предложени алгоритам остварује смањење MAE за 6.33% у поређењу са N-BEATS моделом, односно за 2.8% у односу на CNN-N-BEATS. Слично томе, у Поставци IV вриједност MAE је редукована за 5.58% у поређењу са N-BEATS-ом и за 2.64% у односу на CNN-N-BEATS.

Метрика	I	II	III	IV
MAE [MWh]	12.70	12.09	8.94	7.72
MAPE	3.81%	3.59%	2.63%	2.32%
RMSE [MWh]	18.49	17.79	13.08	11.22
R ² скор	94.48%	94.89%	97.24%	98.11%

Табела 4: Резултати симулације који се односе на ансамбл метод и за Поставке I, II, III, и IV.

Додатно, посматрајући MAPE у Поставци IV, уочено је унапређење за 5.43% у односу на N-BEATS и за 3.17% у поређењу са CNN-N-BEATS архитектуром.

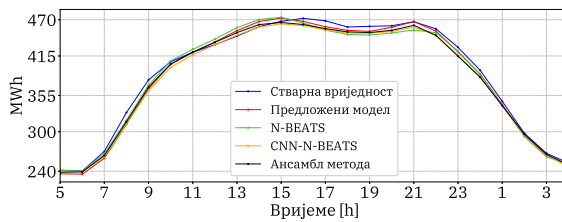
Важно је истаћи да су сви евалуирани модели показали побољшање перформанси са увођењем додатних улазних карактеристика, што директно указује на значајан утицај егзогених фактора (нарочито атмосферских прилика) на потрошњу електричне енергије. Такође, тренирање модела на проширеном скупу података у оквиру Поставке IV додатно је унаприједило тачност предикција. Ови резултати потврђују дјелотворност поступака аугментације података као кључне стратегије за повећање робусности и предиктивне прецизности NN модела.

Резултати који се односе на ансамбл приступ, описан у Поглављу 3.2, приказани су у табели 4. Овај метод досљедно надмашује најбоље појединачне моделе у свим анализираним сценаријима. Иако су побољшања која се односе на прве три поставке релативно скромна, у Поставци IV забиљежено је значајно унапређење перформанси. Конкретно, у овом случају долази до смањења MAPE за 4.92% и MAE за 4.93% у односу на најбоље ранжирани појединачни модел. Ове анализе указују на потенцијал ансамбл технике као ефикасне стратегије за повећање тачности предикције. Коефицијенти адаптивног филтра, коришћеног код ансамбл приступа, за различите поставке приказани су у табели 5. Коефицијент $\mathbf{W}[0]$ одговара предложеном моделу, $\mathbf{W}[1]$ CNN-N-BEATS архитектури, $\mathbf{W}[2]$ N-BEATS моделу, док се $\mathbf{W}[3]$ односи на одступање (*bias*). Важно је напоменути да $\mathbf{W}[0]$ узима највећу вриједност у свим експериментима, што указује на доминантан допринос предикција предложеног модела у оквиру ансамбл методологије.

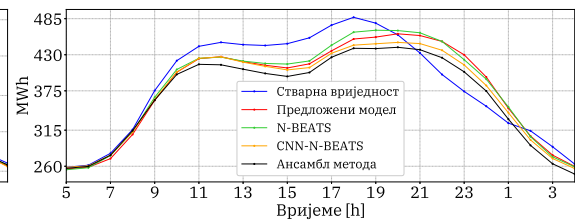
Како бисмо боље илустровали претходне резултате, на слици 22 су дате предикције имплементираних архитектура за неколико карактеристичних дана из тестног корпуса. Конкретно, слика 22а илуструје резултате предикције за један од дана током јека туристичке сезоне. Слика 22б и слика 22в се односе на празнике. Слика 22г се односи на један од датума када постоји неубичајено

Коеф.	I	II	III	IV
$W[0]$	0.358	0.343	0.342	0.382
$W[1]$	0.317	0.342	0.327	0.345
$W[2]$	0.324	0.314	0.330	0.273
$W[3]$	0.001	0.001	0.001	0.001

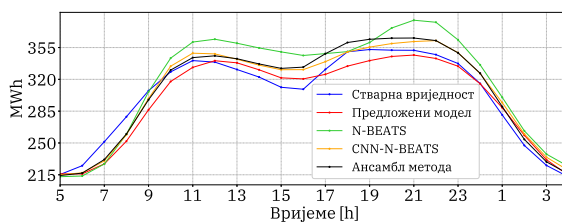
Табела 5: Коефицијенти адаптивног филтра за Поставке I, II, III, и IV.



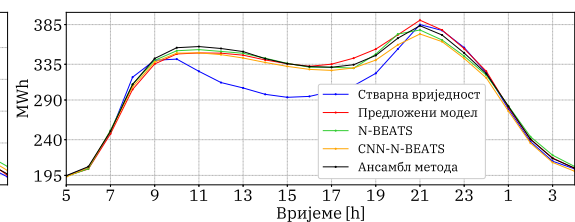
(а) 31. јул на 1. август, 2023.



(б) 31. децембар, 2023 на 1. јануар, 2024.



(в) 7. на 8. јануар, 2024.



(г) 23. на 24. април, 2024.

Слика 22: Резултати симулације који одговарају Поставци IV за неколико карактеристичних датума. Стварна вриједност сигнала је приказана плавом бојом, прогнозе предложеног модела црвеном, предикција коју даје N-BEATS зеленом, предикција CNN-N-BEATS модела наранџастом, и прогноза ансамбл метода црном бојом.

велико одступање у предикцији свих евалуираних модела.

Упркос постигнутим побољшањима у тачности прогноза, и даље постоје изазови у предвиђању услед неочекиваних испада или кварова у електроенергетској мрежи. Црногорски електроенергетски систем је релативно мали, што значи да чак и мањи испади могу имати значајан утицај на предикције потрошње. Иако методологија за уклањање *outlier*-а успјешно ублажава посљедице већих изузетака, мањи испади који нису документовани и даље представљају препреку. Ситуације у којима долази до испада или кварова на трафостаницама се сматрају нестандартним понашањем које ниједан од имплементираних модела није у могућности да прецизно предвиди. Међутим, ово не треба схватити као ограничење модела, јер овакви догађаји излазе из оквира регуларног рада електроенергетског система. Модели немају приступ информацијама које би могли користити за препознавање оваквих ситуација.

5.2 Intra-day предикције укупне потрошње

У оквиру истраживања, поред анализе тачности дневних прогноза, извршена је евалуација предложеног модела у односу на референтне методе за краткорочне прогнозе са хоризонтима од 4, 6 и 12h. За потребе овог дијела експеримента коришћени су исти улазни подаци који су описани у Поставци IV. Ове прогнозе се сматрају посебно значајним за трговину електричном енергијом, односно доношење информисаних одлука на балансном тржишту. Резултати за овај дио експеримента су сумирани у табели 6. За хоризонте дужине 4h и 6h, CNN-N-BEATS и предложени модел постижу сличне перформансе, при чему оба надмашују N-BEATS архитектуру. Са продужењем хоризонта на 12h, предложени модел нуди најпрецизније прогнозе.

Метрика	N-BEATS			CNN-N-BEATS			Предложени модел		
	4h	6h	12h	4h	6h	12h	4h	6h	12h
MAE [MWh]	5.62	6.03	7.59	5.29	5.75	7.33	5.33	5.71	7.18
MAPE	1.73%	1.85%	2.30%	1.64%	1.77%	2.23%	1.64%	1.75%	2.18%
RMSE [MWh]	8.15	8.62	11.10	7.73	8.42	10.67	7.80	8.34	10.44
R ² скор	99.00%	98.88%	98.15%	99.10%	98.92%	98.29%	99.08%	98.97%	98.36%

Табела 6: Поређење резултата симулације за N-BEATS, CNN-N-BEATS и предложени модел у случају *intra-day* прогноза са дужинама хоризонта од 4, 6, и 12h. Подебљане вриједности указују на најбоље перформансе.

Метрика	4h	6h	12h
MAE [MWh]	5.11	5.48	6.90
MAPE	1.57%	1.68%	2.08%
RMSE [MWh]	7.53	7.98	10.22
R ² скор	99.15%	99.04%	98.43%

Табела 7: Резултати симулација ансамбл методе за случај прогноза са дужинама хоризонта од 4, 6, и 12h.

Коеф.	4h	6h	12h
$W[0]$	0.334	0.341	0.362
$W[1]$	0.333	0.334	0.330
$W[2]$	0.332	0.324	0.307
$W[3]$	0.001	0.001	0.001

Табела 8: Коефицијенти адаптивног филтра за случај прогноза са дужинама хоризонта од 4, 6, и 12h.

Примјена ансамбл приступа додатно доприноси повећању тачности *intra-day* прогноза за све разматране хоризонте предикције, што је и приказано у табели 7. Ова унапређења су израженија са повећањем дужине хоризонта предикције. Важно је напоменути (како је и приказано у табели 6), за дужину хоризонта од 12h најбоље перформансе има управо предложени модел, док је за краће хоризонте његова тачност слична перформансама CNN-N-BEATS архитектуре. Овај тренд потврђује и анализа у табели 8, гдје је предложеном моделу додијелена највећа вриједност коефицијента у адаптивном систему за случај хоризонта дужине 12h, док су за краће хоризонте коефицијенти адаптивног филтра равномерно дистрибуирани.

5.3 Прогнозе по регијама

Како је то објашњено раније, у Поглављу 4.2 (погледати слику 16), оператор дистрибутивног система, дијели црногорску територију на седам карактеристичних регија. Предложени модел је тестиран за дневне прогнозе потрошње електричне енергије у регијама 1, 2, 4 и 5, које су најнасељеније и имају највећи удио у укупној потрошњи електричне енергије из мреже. Резултати ових симулација приказани су у табелама 9 и 10. Важно је истаћи да су симулације извршене на основу података који се односе на период од 11. маја 2019. до 11. маја 2024. године, а који обухватају податке о потрошњи, календарске

Метрика	N-BEATS				CNN-N-BEATS			
	R-1	R-2	R-4	R-5	R-1	R-2	R-4	R-5
MAE [MWh]	1.34	4.59	2.70	2.14	1.34	4.53	2.62	2.04
MAPE	4.51%	3.48%	3.54%	3.76%	4.45%	3.42%	3.52%	3.54%
RMSE [MWh]	1.83	6.68	3.98	3.18	1.84	6.51	3.77	3.10
R ² скор	93.78%	96.74%	94.06%	93.99%	93.68%	96.91%	94.65%	94.27%

Табела 9: Поређење перформанси N-BEATS и CNN-N-BEATS модела у прогнозама потрошње за регије 1, 2, 4, и 5.

Метрика	Предложени модел				Ансамбл метода			
	R-1	R-2	R-4	R-5	R-1	R-2	R-4	R-5
MAE [MWh]	1.28	4.64	2.70	2.05	1.25	4.49	2.49	1.93
MAPE	4.28%	3.51%	3.57%	3.63%	4.16%	3.35%	3.26%	3.36%
RMSE [MWh]	1.76	6.69	3.90	3.07	1.73	6.45	3.66	2.97
R ² скор	94.18%	96.73%	94.29%	94.36%	94.40%	96.96%	94.96%	94.73%

Табела 10: Поређење перформанси предложеног модела и ансамбл архитектуре у прогнозама потрошње за регије 1, 2, 4, и 5.

податке и релевантна метеоролошке мјерења. Овај корпус података није додатно прошириван, јер подаци за појединачне регије нису доступни на *ENTSO-E Transparency* платформи.

На основу табеле 11, јасно је да предложени модел има доминантну улогу унутар ансамбл *framework*-а, што додатно потврђује његову ефикасност. Потрошња у појединачним регијама значајно је одређена демографским и економским активностима, што може резултовати непредвидивим осцилацијама у потражњи. Такође, важно је напоменути и да ефекат ситуација у којима долази до кварова или прекида у снабдијевању много неповољније дјелује на остварене резултате када говоримо о прогнозама на мањем узорку конзума. Осим тога, разлике у инфраструктури и степен искоришћења обновљивих извора енергије додатно компликују задатак предвиђања потрошње електричне енергије из мреже.

Иако предложени хибридни модел показује значајан напредак у краткорочном прогнозирању потрошње електричне енергије, неопходно је истаћи и његова потенцијална ограничења. Један од главних изазова представља нешто сложенија архитектура, која захтијева пажљивију оптимизацију хиперпараметара у поређењу са једноставнијим моделима или једномоделним приступима. Поред тога, иако модел постиже изузетне резултате на разматраном корпусу пода-

Коеф.	R-1	R-2	R-4	R-5
$W[0]$	0.339	0.440	0.396	0.345
$W[1]$	0.327	0.241	0.274	0.319
$W[2]$	0.331	0.316	0.327	0.335
$W[3]$	0.011	0.002	0.003	0.006

Табела 11: Коефицијенти адаптивног филтра у прогнозама потрошње за регије 1, 2, 4, и 5.

така, његова способност генерализације на друге корпусе података са знатно другачијим карактеристикама остаје отворено питање које захтијева додатне анализе. Ова ограничења наглашавају потребу за континуираним истраживањем и валидацијом на различитим скуповима података ради даљег унапређења и повећања поузданости предложене архитектуре.

6 Закључак и даљи правци истраживања

Прецизно предвиђање потрошње електричне енергије представља један од кључних изазова савремених електроенергетских система, нарочито у условима енергетске транзиције, те повећане пенетрације обновљивих извора енергије. Овакви извори, иако неопходни за одрживу будућност, уносе додатну варијабилност и неизвјесност у електроенергетски систем, што намеће потребу за напредним алатима који могу поуздано предвидјети потрошњу у реалном времену. Тачне прогнозе омогућавају оптимизацију планирања производње, али и боље управљање дистрибуцијом и балансирање оптерећења, чиме се повећава ефикасност система и смањују трошкови. Коришћењем метода AI, прецизније DNN, могуће је у значајној мјери побољшати резултате који се могу остварити употребом традиционалних рјешења. Од нарочитог значаја је могућност имплементације развијених модела у системима паметних мрежа, гдје би аутоматизовано управљање и адаптабилна контрола потрошње допринијели стабилности система снабдијевања. Даља примјена ових модела обухвата и изградњу виртуалних електрана, доношење информисаних одлука на тржишту електричне енергије, као и стратешко планирање енергетских ресурса у средњерочном и дугорочном периоду. Дакле, развој поузданих и скалабилних модела за предикцију потрошње електричне енергије представља предуслов за очување одрживости и економске ефикасности у електроенергетском сектору.

У овом раду је представљен иновативни хибридни модел који комбинује предности N-BEATS архитектуре и CNN за краткорочно прогнозирање потрошње електричне енергије. Предложени алгоритам постиже одличне резултате, остварујући средњу релативну грешку од 2.44% и R^2 вриједност од 97.93%, чиме се намеће као изузетно ефикасно и поуздано рјешење. Аугментација оригиналног корпуса података коришћењем алтернативних извора података резултовала је додатним унапређењем тачности предвиђања. Такође, демонстрирана је и ефикасност ансамбл приступа за побољшање перформанси у односу на резултате остварене коришћењем појединачних модела.

Надам се да ће резултати овог рада допринијети даљем развоју паметних енергетских система и дати инспирацију за нова истраживања и иновације у области предвиђања временских серија. Такође, очекује се да предложено рјешење нађе своју примјену у пракси и унаприједи управљање електроенергетским системом Црне Горе.

У оквиру будућих истраживања, планира се интеграција метеоролошких података више резолуције, као и података са дистрибутивне мреже, чиме би се адресирала тренутна ограничења везана за доступност података. Очекује се

да ови кораци даље повећају прецизност краткорочних прогноза. Поред тога, планира се и проширење или прилагођавање предложеног модела у сврху генерисања средњерочних и дугорочних прогноза. Овај задатак представља посебан изазов због повећања степена неизвјесности са продужењем предикционог хоризонта. Једна од главних препрека јесте непоузданост метеоролошких прогноза за периоде дуже од 4–5 дана. Поред тога, озбиљно ограничење представља недовољна количина доступних података (тренутни скуп података обухвата мање од десет година мјерења, укључујући и вјештачки генерисане податке). Ипак, овакве прогнозе могу имати значајну примјену у процјени просјечних оптерећења и стратешком планирању у електроенергетском сектору. За остварење задовољавајуће тачности на дужим временским хоризонтима од суштинског значаја биће укључивање ширег спектра фактора, укључујући социо-економске индикаторе, еколошке варијабле и дугорочне енергетске политике.

Захвалница

Овај рад је резултат ширег истраживачког ангажмана који је реализован у оквиру пројекта „Примјена вјештачке интелигенције у предикцији потрошње у електроенергетским системима“, који се спроводи у оквиру Црногорске академије наука и умјетности, Центра за енергију и екологију (ЕНЕКО), уз финансијску подршку Електропривреде Црне Горе.

У оквиру овог истраживања сам имао част да сарађујем са тимом експерата чији су увиди, сугестије и критике имали пресудан утицај на квалитет и свеобухватност рада. Посебну захвалност изражавам свом ментору, професору Игору Ђуровићу, чије су искуство и подршка били од суштинске важности у свим фазама истраживања. Такође, захваљујем се и осталим члановима истраживачког тима: доц. др Кости Павловићу, мр Славку Ковачевићу, професору Мартину Таласану и професору Зорану Миљанићу, чији је стручни допринос био од немјерљивог значаја.

Искрена захвалност упућује се и компанији Електропривреда Црне Горе која је подржала ово истраживање, Црногорском електропреносном систему на уступљеним историјским подацима о потрошњи, као и Заводу за хидрометеорологију и сеизмологију Црне Горе који је омогућио приступ метеоролошким подацима, кључним за прецизно моделовање потрошње. Додатну захвалност дугујем Црногорском електродистрибутивном систему на накнадно достављеним подацима са дистрибутивне мреже, који ће послужити као основа за будућа истраживања.

Литература

- [1] I. K. Nti, M. Teimeh, O. Nyarko-Boateng, and A. F. Adekoya. Electricity load forecasting: a systematic review. *Journal of Electrical Systems and Information Technology*, 7(1), September 2020.
- [2] A. K. Ozcanli, F. Yaprakdal, and M. Baysal. Deep learning methods and applications for electrical power systems: A comprehensive review. *International Journal of Energy Research*, 44(9):7136–7157, March 2020.
- [3] J. G. De Gooijer and R. J. Hyndman. 25 years of time series forecasting. *International Journal of Forecasting*, 22(3):443–473, January 2006.
- [4] Q. Liu, Z. Tao, Y. Tse, and C. Wang. Stock market prediction with deep learning: The case of China. *Finance Research Letters*, 46:102209, May 2022.
- [5] W. Jiang. Applications of deep learning in stock market prediction: Recent progress. *Expert Systems with Applications*, 184:115537, December 2021.
- [6] M. Qureshi, M. A. Arbab, and S. ur Rehman. Deep learning-based forecasting of electricity consumption. *Scientific Reports*, 14(1), March 2024.
- [7] A. Dedinec, S. Filiposka, A. Dedinec, and L. Kocarev. Deep belief network based electricity load forecasting: An analysis of Macedonian case. *Energy*, 115:1688–1700, November 2016.
- [8] E. Aguilar Madrid and N. Antonio. Short-Term Electricity Load Forecasting with Machine Learning. *Information*, 12(2):50, January 2021.
- [9] C. Kuster, Y. Rezgui, and M. Mourshed. Electrical load forecasting models: A critical systematic review. *Sustainable Cities and Society*, 35:257–270, November 2017.
- [10] J. Lago, G. Marcjasz, B. De Schutter, and R. Weron. Forecasting day-ahead electricity prices: A review of state-of-the-art algorithms, best practices and an open-access benchmark. *Applied Energy*, 293:116983, July 2021.
- [11] L. Tschora, E. Pierre, M. Plantevit, and C. Robardet. Electricity price forecasting on the day-ahead market using machine learning. *Applied Energy*, 313:118752, May 2022.
- [12] C. Huang, Y. Shen, Y. Chen, and H. Chen. A novel hybrid deep neural network model for short-term electricity price forecasting. *International Journal of Energy Research*, 45(2):2511–2532, September 2020.

- [13] G. E. P. Box, G. M. Jenkins, G. C. Reinsel, and G. M. Ljung. *Time series analysis: forecasting and control*. John Wiley & Sons, 2015.
- [14] S. S. Pappas, L. Ekonomou, D. C. Karamousantas, G. E. Chatzarakis, S. K. K. Katsikas, and P. Liatsis. Electricity demand loads modeling using AutoRegressive Moving Average (ARMA) models. *Energy*, 33(9):1353–1360, September 2008.
- [15] A. A. El Desouky and M. M. El Kateb. Hybrid adaptive techniques for electric-load forecast using ANN and ARIMA. *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, 147(4):213, 2000.
- [16] C. Lee and C. Ko. Short-term load forecasting using lifting scheme and ARIMA models. *Expert Systems with Applications*, 38(5):5902–5911, 2011.
- [17] R. A. Khan, C. L. Dewangan, S. C. Srivastava, and S. Chakrabarti. Short Term Load Forecasting using SVM Models. In *2018 IEEE 8th Power India International Conference (PIICON)*, page 1–5. IEEE, December 2018.
- [18] H. Nie, G. Liu, X. Liu, and Y. Wang. Hybrid of ARIMA and SVMs for Short-Term Load Forecasting. *Energy Procedia*, 16:1455–1460, 2012.
- [19] V. Kůrková. Kolmogorov’s theorem and multilayer neural networks. *Neural Networks*, 5(3):501–506, January 1992.
- [20] K. Hornik, M. Stinchcombe, and H. White. Multilayer feedforward networks are universal approximators. *Neural Networks*, 2(5):359–366, January 1989.
- [21] B. Lim and S. Zohren. Time-series forecasting with deep learning: a survey. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 379(2194):20200209, February 2021.
- [22] L. Stanković. *Digital signal processing: with selected topics: Adaptive systems, time-frequency analysis, sparse signal processing*. CreateSpace, 2015.
- [23] G. Zhang, X. Bai, and Y. Wang. Short-time multi-energy load forecasting method based on CNN-Seq2Seq model with attention mechanism. *Machine Learning with Applications*, 5:100064, September 2021.
- [24] A. Sherstinsky. Fundamentals of Recurrent Neural Network (RNN) and Long Short-Term Memory (LSTM) network. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 404:132306, March 2020.

- [25] M. Khodayar and J. Regan. Deep Neural Networks in Power Systems: A Review. *Energies*, 16(12):4773, June 2023.
- [26] J. F. Torres, F. Martínez-Álvarez, and A. Troncoso. A deep LSTM network for the Spanish electricity consumption forecasting. *Neural Computing and Applications*, 34(13):10533–10545, February 2022.
- [27] M. AL-Ghamdi, A. A.-M. AL-Ghamdi, and M. Ragab. A Hybrid DNN Multilayered LSTM Model for Energy Consumption Prediction. *Applied Sciences*, 13(20):11408, October 2023.
- [28] T. Ciechulski and S. Osowski. High Precision LSTM Model for Short-Time Load Forecasting in Power Systems. *Energies*, 14(11):2983, May 2021.
- [29] S. H. Rafi, Nahid-Al-Masood, S. R. Deeba, and E. Hossain. A Short-Term Load Forecasting Method Using Integrated CNN and LSTM Network. *IEEE Access*, 9:32436–32448, 2021.
- [30] K. Yan, W. Li, Z. Ji, M. Qi, and Y. Du. A Hybrid LSTM Neural Network for Energy Consumption Forecasting of Individual Households. *IEEE Access*, 7:157633–157642, 2019.
- [31] C. K. Chui. *An introduction to wavelets*. Elsevier, 2016.
- [32] A. Vaswani, N. Shazeer, N. Parmar, J. Uszkoreit, L. Jones, A. N. Gomez, and L. Kaiser. Attention is all you need. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2017.
- [33] A. L’Heureux, K. Grolinger, and M. A. M. Capretz. Transformer-Based Model for Electrical Load Forecasting. *Energies*, 15(14):4993, July 2022.
- [34] Q. Wen, T. Zhou, C. Zhang, W. Chen, Z. Ma, J. Yan, and L. Sun. Transformers in time series: A survey. *arXiv preprint arXiv:2202.07125*, 2022.
- [35] Y. Liu, T. Hu, H. Zhang, H. Wu, S. Wang, L. Ma, and M. Long. iTransformer: Inverted transformers are effective for time series forecasting. *arXiv preprint arXiv:2310.06625*, 2023.
- [36] H. Wu, J. Xu, J. Wang, and M. Long. Autoformer: Decomposition transformers with auto-correlation for long-term series forecasting. *Advances in neural information processing systems*, 34:22419–22430, 2021.
- [37] B. N. Oreshkin, D. Carpov, N. Chapados, and Y. Bengio. N-BEATS: Neural basis expansion analysis for interpretable time series forecasting, 2019.

- [38] C. Challu, K. G. Olivares, B. N. Oreshkin, F. Garza Ramirez, M. Mergenthaler Canseco, and A. Dubrawski. NHITS: Neural Hierarchical Interpolation for Time Series Forecasting. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 37(6):6989–6997, June 2023.
- [39] K. Aiwansedo, J. Bosche, W. Badreddine, M. H. Kermia, and O. Djadane. *CNN-N-BEATS: Novel Hybrid Model for Time-Series Forecasting*, page 38–57. Springer Nature Switzerland, 2024.
- [40] P. Nedić, I. Djurović, M. Čalasan, S. Kovačević, and K. Pavlović. Electrical energy load forecasting using a hybrid N-BEATS-CNN Approach: Case study Montenegro. *Electric Power Systems Research*, 247:111749, 2025.
- [41] W. S. McCulloch and W. Pitts. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *The Bulletin of Mathematical Biophysics*, 5(4):115–133, December 1943.
- [42] B. C. Csáji et al. Approximation with artificial neural networks. *Faculty of Sciences, Eötvös Loránd University, Hungary*, 24(48):7, 2001.
- [43] Y. Bengio, P. Simard, and P. Frasconi. Learning long-term dependencies with gradient descent is difficult. *IEEE transactions on neural networks*, 5(2):157–166, 1994.
- [44] Y. LeCun et al. Generalization and network design strategies. *Connectionism in perspective*, 19(143-155):18, 1989.
- [45] X. Glorot, A. Bordes, and Y. Bengio. Deep Sparse Rectifier Neural Networks. In Geoffrey Gordon, David Dunson, and Miroslav Dudík, editors, *Proceedings of the Fourteenth International Conference on Artificial Intelligence and Statistics*, volume 15 of *Proceedings of Machine Learning Research*, pages 315–323, Fort Lauderdale, FL, USA, 11–13 Apr 2011. PMLR.
- [46] K. He, X. Zhang, S. Ren, and J. Sun. Delving deep into rectifiers: Surpassing human-level performance on imagenet classification. In *Proceedings of the IEEE international conference on computer vision*, pages 1026–1034, 2015.
- [47] A. L. Maas, A. Y. Hannun, A. Y. Ng, et al. Rectifier nonlinearities improve neural network acoustic models. In *Proc. icml*, volume 30, page 3. Atlanta, GA, 2013.
- [48] I. Goodfellow, D. Warde-Farley, M. Mirza, A. Courville, and Y. Bengio. Maxout networks. In *International conference on machine learning*, pages 1319–1327. PMLR, 2013.

- [49] J. Stewart. *Calculus: early transcendentals*. Cengage learning, 2012.
- [50] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, and R. J. Williams. Learning representations by back-propagating errors. *nature*, 323(6088):533–536, 1986.
- [51] J. Duchi, E. Hazan, and Y. Singer. Adaptive subgradient methods for online learning and stochastic optimization. *Journal of machine learning research*, 12(7), 2011.
- [52] T. Tieleman. Lecture 6.5-rmsprop: Divide the Gradient by a Running Average of Its Recent Magnitude, 2012.
- [53] D. P. Kingma and J. Ba. Adam: A Method for Stochastic Optimization, 2014.
- [54] D. Choi, C. J. Shallue, Z. Nado, J. Lee, C. J. Maddison, and G. E. Dahl. On empirical comparisons of optimizers for deep learning. *arXiv preprint arXiv:1910.05446*, 2019.
- [55] H. Zou and T. Hastie. Regularization and variable selection via the elastic net. *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, 67(2):301–320, 2005.
- [56] N. Srivastava, G. Hinton, A. Krizhevsky, I. Sutskever, and R. Salakhutdinov. Dropout: a simple way to prevent neural networks from overfitting. *The journal of machine learning research*, 15(1):1929–1958, 2014.
- [57] G. E. Hinton, N. Srivastava, A. Krizhevsky, I. Sutskever, and R. R. Salakhutdinov. Improving neural networks by preventing co-adaptation of feature detectors. *arXiv preprint arXiv:1207.0580*, 2012.
- [58] Y. LeCun, B. Boser, J. S. Denker, D. Henderson, R. E. Howard, W. Hubbard, and L. D. Jackel. Backpropagation applied to handwritten zip code recognition. *Neural computation*, 1(4):541–551, 1989.
- [59] M. M. Taye. Theoretical Understanding of Convolutional Neural Network: Concepts, Architectures, Applications, Future Directions. *Computation*, 11(3):52, March 2023.
- [60] D. Hendrycks and K. Gimpel. Gaussian error linear units (gelus), 2016.
- [61] A. Galicia, R. Talavera-Llames, A. Troncoso, I. Koprinska, and F. Martínez-Álvarez. Multi-step forecasting for big data time series based on ensemble learning. *Knowledge-Based Systems*, 163:830–841, January 2019.

- [62] L. Cao, Y. Li, J. Zhang, Y. Jiang, Y. Han, and J. Wei. Electrical load prediction of healthcare buildings through single and ensemble learning. *Energy Reports*, 6:2751–2767, November 2020.
- [63] K. He, Q. Yang, L. Ji, J. Pan, and Y. Zou. Financial Time Series Forecasting with the Deep Learning Ensemble Model. *Mathematics*, 11(4):1054, February 2023.
- [64] T. G. Dietterich. Ensemble methods in machine learning. In *International workshop on multiple classifier systems*, pages 1–15. Springer, 2000.
- [65] G. Hinton, O. Vinyals, and J. Dean. Dark knowledge. *Presented as the keynote in BayLearn*, 2(2):4, 2014.
- [66] B. Widrow and M. E. Hoff. Adaptive switching circuits. In *Neurocomputing: foundations of research*, pages 123–134. 1988.

Изјава о истовјетности штампане и електронске верзије мастер рада

Име и презиме аутора: Петар Недић

Број индекса/уписа: 8/23

Студијски програм: Електроника, телекомуникације и рачунари

Наслов рада: Примјена вјештачке интелигенције у предикцији потрошње електричне енергије

Ментор: Проф. др Игор Ђуровић

Потписани Петар Недић

Изјављујем

да је штампана верзија мог мастер рада истовјетна електронској верзији коју сам предао за објављивање у Дигитални архив Универзитета Црне Горе.

Истовремено изјављујем да дозвољавам објављивање мојих личних података у вези са добијањем академског назива мастер наука, као што су име и презиме, година и мјесто рођења, наслов мастер рада и датум одбране рада.

У Подгорици, 23. октобар 2025.

Потпис магистранда



Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку да у Дигиталном архиву Универзитета Црне Горе похрани мој мастер рад под називом:

Примјена вјештачке интелигенције у предикцији потрошње електричне енергије

који је моје ауторско дјело.

Мастер рад са свим прилозима предао сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Мој мастер рад похрањен у Дигиталном архиву Универзитета Црне Горе могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (*Creative Commons*) за коју сам се одлучио.

① Ауторство

2. Ауторство – некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – дијелити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – дијелити под истим условима

У Подгорици, 23. октобар 2025.

Потпис магистранда